

TRẦN TRỌNG HƯNG

# 400 BÀI TOÁN

*nâng cao*

# VẬT LÝ

BAN KHOA HỌC TỰ NHIÊN

# 10

\* PHÂN LOẠI THEO TỪNG CHỦ ĐỀ

TT TT-TV • DIQGIN

530.07

TR-H

2006

LC/01448

NG PHÁP GIẢI

ÁP MẪU

ÁP TƯƠNG TỰ

ÁP NÂNG CAO



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN TRỌNG HUNG

**400** BÀI TOÁN NÂNG CAO  
**VẬT LÝ**  
**THPT**  
**10**

*BAN KHOA HỌC TỰ NHIÊN*

- ♦ PHÂN LOẠI THEO TỪNG CHỦ ĐỀ
- ♦ PHƯƠNG PHÁP GIẢI
- ♦ BÀI TẬP MẪU
- ♦ BÀI TẬP TƯƠNG TỰ
- ♦ BÀI TẬP NÂNG CAO

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

# CƠ HỌC

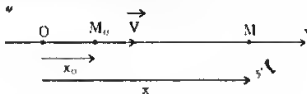
## PHẦN I

### ĐỘNG HỌC

#### Chủ đề 1

### CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

#### I. Phương trình của chuyển động thẳng đều



$$x = x_0 + V_x(t - t_0)$$

- Thường chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu khảo sát chuyển động ( $t_0 = 0$ ) thì :

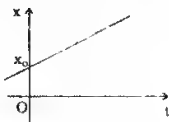
$$x = x_0 + V_x \cdot t$$

#### II. Độ dời và đường đi

- Độ dời :  $\vec{S} = \vec{M_0M}$
- Đường đi :  $S_x = x - x_0 = V_x(t - t_0)$

$$S = V(t - t_0)$$

#### III. Đồ thị tọa độ theo thời gian : là một đường thẳng



#### IV. Công thức cộng vận tốc

$$\vec{V}_{13} = \vec{V}_{12} + \vec{V}_{23}$$

- $\vec{V}_{12}$  và  $\vec{V}_{23}$  cùng hướng :  $V_{13} = V_{12} + V_{23}$
- $\vec{V}_{12}$  và  $\vec{V}_{23}$  ngược hướng :  $V_{13} = |V_{12} - V_{23}|$
- $\vec{V}_{12}$  và  $\vec{V}_{23}$  vuông góc :  $V_{13} = \sqrt{V_{12}^2 + V_{23}^2}$

# BÀI TẬP MẪU

## LẬP PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG - ĐỊNH VỊ TRÍ VÀ THỜI ĐIỂM HAI VẬT GẶP NHAU

**1** Lúc 8 giờ một ô tô xuất phát từ A đi về B với vận tốc 60km/h và cùng lúc một ô tô khác xuất phát từ B về A với vận tốc 50km/h. A và B cách nhau 220km.

a) Lấy AB làm trục tọa độ, A là gốc tọa độ, chiều dương từ A đến B và gốc thời gian là lúc 6 giờ, lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

b) Định vị trí và thời gian hai xe gặp nhau.

**Giải**

a) Phương trình chuyển động của mỗi xe :

Phương trình chuyển động tổng quát :  $x = x_0 + V_x(t - t_0)$

$$\bullet \text{ Xe A } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_x = V_1 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ t_0 = 0 \end{cases} \quad \text{nên : } x_1 = 60t \text{ (km)}$$

$$\bullet \text{ Xe B } \begin{cases} x_0 = \overline{AB} = 220\text{km} \\ V_x = -V_2 = -50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ t_0 = 0 \end{cases} \quad \text{nên : } x_2 = 220 - 50t \text{ (km)}$$

b) Vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau :

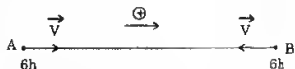
• Khi gặp nhau :  $x_1 = x_2$

$$60t = 220 - 50t \Rightarrow t = 2 \text{ (h)}$$

Vậy hai xe gặp nhau lúc 8h.

• Thay  $t = 2\text{h}$  vào phương trình  $x_1$  :  $x_1 = 60 \times 2 = 120 \text{ (km)}$

Vậy : Hai xe gặp nhau cách A 120km về phía B.



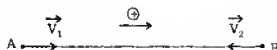
## ĐỊNH VỊ TRÍ VÀ THỜI ĐIỂM 2 XE KHI BIẾT KHOẢNG CÁCH CỦA CHÚNG

**2** Lúc 8 giờ một ô tô khởi hành từ A đi về B với vận tốc 12m/s. Năm phút sau một xe khởi hành từ B về A với vận tốc 10m/s. Biết  $\overline{AB} = 10,2\text{km}$ .

Định thời điểm và vị trí hai xe khi chúng cách nhau 4,4km.

**Giải**

- Chọn  $\begin{cases} + \text{ Trục tọa độ trùng với đường AB} \\ + \text{ Gốc tọa độ ở A} \\ + \text{ Chiều dương từ A } \rightarrow \text{ B} \\ + \text{ Gốc thời gian lúc 8 giờ.} \end{cases}$



Phương trình tọa độ tổng quát :  $x = x_0 + V_x(t - t_0)$

$$\bullet \text{ Xe A } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_x = V_1 = 12 \text{ m/s} \\ x_0 = 0 \end{cases} \quad \text{nên : } x_1 = 12t \text{ (m)}$$

$$\bullet \text{ Xe B } \begin{cases} x_0 = \overline{AB} = 10200 \text{ m} \\ V_x = -V_2 = -10 \text{ m/s} \\ t_0 = 300 \text{ s} \end{cases} \quad \text{nên : } x_2 = 10200 - 10(t - 300)$$

$$x_2 = 13200 - 10t \text{ (m) (với } t \geq 300 \text{ s)}$$

a) Hai xe cách nhau 4,4km trước khi gặp nhau :

$$x_2 - x_1 = 4400 \quad \Rightarrow \quad 13200 - 10t - 12t = 4400$$

$$t = 400 \text{ s} = 6 \text{ phút } 40 \text{ s.}$$

Lúc đó là 8h 6 phút 40s.

$$\text{Thế } t = 400 \text{ s vào } x_1 \text{ và } x_2 : \quad x_1 = 12 \cdot 400 = 4800 \text{ (m)}$$

$$x_2 = 13200 - 10 \cdot 400 = 9200 \text{ (m).}$$

b) Hai xe cách nhau 4,4km sau khi gặp nhau :

$$x_1 - x_2 = 4400 \quad \Rightarrow \quad 12t - (13200 - 10t) = 4400$$

$$t = 800 \text{ s} = 13 \text{ phút } 20 \text{ s}$$

Lúc đó là : 8h 13 phút 20s

$$\text{Thế } t = 800 \text{ s vào } x_1 \text{ và } x_2 : \quad x_1 = 12 \cdot 800 = 9600 \text{ (m)}$$

$$x_2 = 13200 - 10800 = 5200 \text{ (m).}$$

### ĐỊNH VỊ TRÍ VÀ THỜI ĐIỂM GẶP NHAU BẰNG ĐỒ THỊ

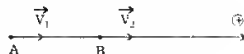
**3** Người đi xe đạp khởi hành ở A và người đi bộ khởi hành ở B cùng lúc và đi theo hướng từ A  $\rightarrow$  B. Vận tốc người đi xe đạp là  $V_1 = 12 \text{ km/h}$ , người đi bộ là  $V_2 = 5 \text{ km/h}$ . Biết  $AB = 14 \text{ km}$ .

a) Họ sẽ gặp nhau sau khi khởi hành bao lâu và cách B bao nhiêu km ?

b) Tìm lại kết quả bằng đồ thị.

*Giải*

- Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục tọa độ trùng với đường AB} \\ \bullet \text{ Gốc tọa độ ở B} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ A } \rightarrow \text{ B} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian lúc khởi hành.} \end{array} \right.$



Phương trình chuyển động :  $x = x_0 + V_x(t - t_0)$

$$\begin{aligned} \text{Xe A} \quad & \begin{cases} \bullet \overline{BA} = -14 \text{ km} \\ \bullet V_x = V_1 = 12 \text{ km/h} \text{ nên } x_1 = -14 + 12t \text{ (km)} \\ \bullet t_0 = 0 \end{cases} \\ \text{Xe B} \quad & \begin{cases} \bullet x_0 = 0 \\ \bullet V_x = V_2 = 5 \text{ km/h} \text{ nên } x_2 = 5t \text{ (km)} \\ \bullet t_0 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

a) Thời gian và vị trí gặp nhau :

$$\text{Gặp nhau : } x_1 = x_2 \Rightarrow -14 + 12t = 5t \Rightarrow t = 2 \text{ (h)}$$

$$\text{thay } t = 2 \text{ h vào phương trình } x_1 \text{ ta có } x_1 = -14 + 12 \cdot 2$$

$$x_1 = 10 \text{ (km)}$$

Họ gặp nhau sau khi khởi hành 2 giờ và cách B 10km.

b) Đồ thị :

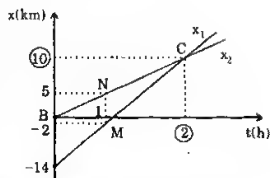
Đồ thị của  $x_1$  là đường thẳng qua

A(t = 0; x = -14) và M(t = 1; x = -2)

Đồ thị của  $x_2$  là đường thẳng qua gốc toạ độ và N(t = 1; x = 5)

Hai đồ thị cắt nhau ở

C (t = 2h; x = 10km).



## DỰA VÀO ĐỒ THỊ TỌA ĐỘ LẬP PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

**1** Đồ thị chuyển động của hai xe được biểu diễn như hình vẽ.

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

b) Dựa trên đồ thị định thời điểm hai xe cách nhau 30km sau khi gặp nhau.

**Giải**

a) Phương trình chuyển động mỗi xe :

$$\bullet \text{ Xe 1 : } x = x_0 + V_x \cdot t \quad (1)$$

Đồ thị qua A(t = 0; x = 60) và B(t = 1; x = 40)

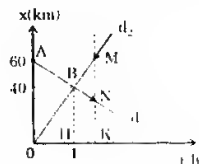
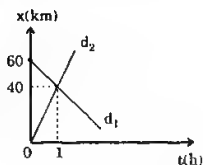
$$(1) : \begin{cases} \text{I) } x = 0 \\ \text{II) } x = V_x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 60 \\ V_x = -20 \end{cases}$$

$$\text{Vậy : } x = 60 - 20t \text{ (km)}$$

$$\bullet \text{ Xe 2 : } x = V_x \cdot t$$

$$\text{Đồ thị qua B(t = 1; x = 40) nên : } 40 = V_x \cdot 1 \Rightarrow V_x = 40$$

$$\text{Vậy : } x_2 = 40t \text{ (km)}$$



b) Thời điểm hai xe cách nhau 30km sau khi gặp nhau

- Kẻ một đường thẳng song song với trục tung (tính với  $t > 1h$ ) cắt hai đồ thị tại M và N.

Có  $MN = x_2 - x_1$  chính là khoảng cách hai xe ở cùng thời điểm  $t > 1h$

- Do  $\triangle BMN \sim \triangle BOA$  nên :

$$\frac{HK}{HO} = \frac{MN}{OA} = \frac{30km}{60km} = \frac{1}{2} \Rightarrow HK = \frac{HO}{2} = 0.5(h)$$

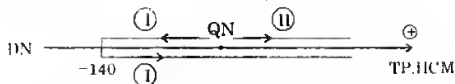
Vậy hai xe cách nhau 30km lúc 0,5h (sau khi gặp nhau)

## ĐỒ THỊ TỌA ĐỘ CỦA CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

**5** Lúc 6 giờ sáng hai ô tô cùng khởi hành tại Quảng Ngãi : xe thứ nhất đi về hướng Đà Nẵng với vận tốc 70km/h, xe thứ hai đi về hướng TP. Hồ Chí Minh với vận tốc 40km/h. Đến 8h xe thứ nhất dừng lại nghỉ 30 phút rồi chạy lại đuổi theo xe thứ hai với vận tốc cũ. Coi chuyển động hai xe là thẳng đều.

- Vẽ đồ thị tọa độ của hai xe trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Định vị trí và lúc gặp nhau của hai xe.

*Giải*



- Chọn :
- Trục tọa độ là đường thẳng nối QN - TP.HCM
  - Gốc tọa độ ở QN
  - Chiều dương từ QN  $\rightarrow$  TP.HCM
  - Góc thời gian : lúc 6 giờ

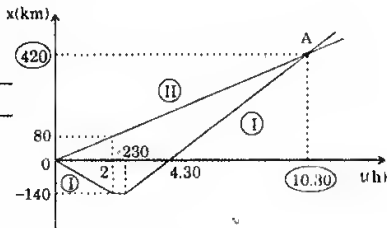
a) Vẽ đồ thị tọa độ :

Bảng giá trị :

t(h)	0	2	2.30	4.30
$x_1$ (km)	0	-140	-140	0
$x_2$ (km)	0	80	100	180

b) Vị trí và lúc gặp nhau :

Giao điểm A của hai đồ thị là tọa độ hai xe gặp nhau



- Hai xe gặp nhau lúc 6h + 10.30 = 16.30h (tức 4h 30 chiều)
- Cách QN 420km.

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**6** Lúc 6 giờ sáng một người đi xe đạp đi từ tỉnh A về phía tỉnh B với vận tốc 12km/h.

- Lập phương trình chuyển động của xe đạp.
  - Người ấy đến B lúc mấy giờ, biết  $AB = 18\text{km}$ .
- Coi chuyển động của xe là thẳng đều.

### Hướng dẫn

- Chọn :  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục tọa độ là đường thẳng AB} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ A} \rightarrow \text{B} \\ \bullet \text{ Gốc tọa độ ở A} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian : lúc 6 giờ.} \end{array} \right.$

$$\text{Thì } x = 12t \text{ (km)}$$

$$- \quad x_B = 12t_B = 18 \quad \Rightarrow \quad t_B = 1,5\text{h} : \text{lúc 7h 30.}$$

**7** Hai người đi mô tô xuất phát cùng lúc tại hai điểm A và B cách nhau 10km, chuyển động cùng chiều theo hướng từ A  $\rightarrow$  B. Vận tốc người xuất phát từ A là 50km/h và người từ B là 40km/h. Coi chuyển động của họ là thẳng đều.

- Chọn gốc tọa độ là B, lập phương trình chuyển động của mỗi xe.
- Định vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau.
- Quãng đường đi được của mỗi xe cho đến khi gặp nhau.

### Hướng dẫn

$$\text{Chọn thêm : } \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục tọa độ là đường thẳng AB} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ A} \rightarrow \text{B} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian là lúc xuất phát.} \end{array} \right.$$

$$a) \quad x_1 = -10 + 50t \text{ (km);} \quad x_2 = 40t \text{ (km)}$$

$$b) \quad x_1 = x_2 \Rightarrow t = 1\text{h} \quad \text{và} \quad x = 40\text{km}$$

$$c) \quad S = |S_x| = V.T \quad \text{nên :} \quad S_1 = 50 \times 1 = 50\text{km} \\ S_2 = 40 \times 1 = 40\text{km.}$$

**8** Hai vật chuyển động thẳng đều qua A và B cùng lúc, ngược chiều để gặp nhau. Vật qua A có vận tốc  $V_1 = 10\text{m/s}$ , qua B có vận tốc  $V_2 = 15\text{m/s}$ .  $AB = 100\text{m}$ .

a) Lấy trục tọa độ là đường thẳng AB, gốc tọa độ ở B, chiều dương từ A  $\rightarrow$  B, gốc thời gian là lúc chúng cùng qua A và B, hãy lập phương trình chuyển động của mỗi vật.

b) Định vị trí của thời điểm chúng gặp nhau.

c) Định vị trí và thời điểm chúng cách nhau 25m.



### Hướng dẫn

a)  $x_1 = -100 + 10t$  (m)

$x_2 = -15t$  (m)

b) Gặp nhau :  $x_1 = x_2$

$\Rightarrow t = 4s$  và  $x = -60m$  (cách B 60m)

c) Cách nhau 25m :

•  $x_1 - x_2 = 25 \Rightarrow t = 5s; x_1 = -50m; x_2 = -75m$

•  $x_2 - x_1 = 25 \Rightarrow t = 3s; x_1 = -70m; x_2 = -45m.$

**9** Lúc 6 giờ một ôtô chạy từ Quảng Ngãi vào TP. Hồ Chí Minh với vận tốc 40km/h. Đến 8h ôtô dừng lại nghỉ 30 phút, sau đó tiếp tục chuyển động với cùng vận tốc.

Lúc 7 giờ một ôtô khác cũng khởi hành từ Quảng Ngãi với vận tốc 50km/h để chạy vào TP.HCM. Coi chuyển động hai xe là thẳng đều.

a) Với cùng gốc tọa độ và cùng gốc thời gian, hãy viết phương trình chuyển động mỗi xe.

b) Tìm thời điểm và vị trí hai xe gặp nhau.

### Hướng dẫn

Chọn :

- Trục tọa độ là đường chuyển động
- Gốc tọa độ ở QN
- Gốc thời gian là lúc 6 giờ
- Chiều dương : QN  $\rightarrow$  TP.HCM

a) Xe 1  $\begin{cases} x_1 = 40t \text{ (km)}; 0 \leq t \leq 2h \\ x_1' = 80 + 40(t - 2,5) \text{ (km)}; t \geq 2,5h \end{cases}$

Xe 2  $x_2 = 50(t - 1) \text{ (km)}; t \geq 1h$

b) Gặp nhau :  $x_1 = x_2 \Rightarrow t = 5h > 2(h) : \text{loại}$

và :  $x_1' = x_2 \Rightarrow t = 3h \text{ (lúc 9h)} \quad \text{tọa độ : } x = 100 \text{ (km)}.$

**10** Đồ thị của hai xe như hình vẽ.

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

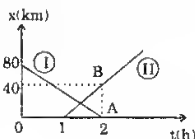
b) Nêu đặc điểm chuyển động của mỗi xe (vị trí khởi hành, chiều chuyển động, độ lớn vận tốc).

### Hướng dẫn

a) • Xe 1 :  $x_1 = x_0 + V_x \cdot t$  với  $x_0 = 80km$

Qua A :  $0 = 80 + V_x \cdot 2 \Rightarrow V_x = -40$

nên :  $x_1 = 80 - 40t \text{ (km)} \quad \text{với } 0 \leq t \leq 2(h)$



- Xe 2 :  $x_2 = x_0 + V_x(t - 1)$  với  $x_0 = 0$   
 Qua B :  $40 = 0 + V_x \Rightarrow V_x = 40$   
 nên :  $x_2 = 40(t - 1)$  (km) với  $t \geq 1$  (h).

b) Đặc điểm :

- Xe 1  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Bắt đầu khởi hành cách O } 80\text{km} \\ \bullet \text{ Đi theo chiều âm } (V_x < 0) \\ \bullet \text{ vận tốc } V = 40\text{km/h} \end{array} \right.$
- Xe 2  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Bắt đầu khởi hành ở gốc O} \\ \bullet \text{ Đi theo chiều dương } (V > 0) \\ \bullet \text{ Vận tốc } V = 40\text{km/h.} \end{array} \right.$

**11** Một người đi mô tô khởi hành từ A lúc 6 giờ để đến B lúc 8 giờ, sau đó nghỉ 30 phút rồi quay trở lại A đúng 10 giờ.

Biết AB = 60km và coi chuyển động trong mỗi lượt đi và về là thẳng đều.

- a) Viết phương trình chuyển động của người ấy.  
 b) Vẽ đồ thị tọa độ.

### Hướng dẫn

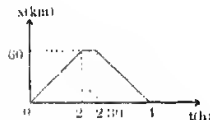
- Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục tọa độ là đường AB} \\ \bullet \text{ Gốc tọa độ ở A} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ A } \rightarrow \text{ B} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian lúc 6 giờ} \end{array} \right.$

a) Phương trình :

Lượt đi :  $x_1 = 30t$  (km) với  $0 \leq t \leq 2\text{h}$

Lượt về :  $x_2 = 60 - 40(t - 2.5)$  (km)

Với  $t \geq 2.5\text{h}$



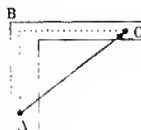
b) Đồ thị : (hình bên).

**12** Một ô tô chạy được 600m trên đường chính, sau đó rẽ vào một đường nhỏ vuông góc với đường chính và đi thêm 800m nữa rồi dừng lại.

Xác định độ dời của ô tô trên hình vẽ, tính giá trị của độ dời và quãng đường đi của ô tô trong trường hợp trên.

### Hướng dẫn

- Độ dời là  $\overrightarrow{AC}$
- $AC = 1000\text{m}$
- $S = AB + BC = 1400\text{m}$



**TÍNH TƯƠNG ĐỐI CỦA CHUYỂN ĐỘNG**  
**XÁC ĐỊNH VẬN TỐC TƯƠNG ĐỐI CỦA XE NÀY ĐỐI VỚI XE KIA**

**13** Hai đầu máy xe lửa cùng chạy trên một đoạn đường sắt thẳng với vận tốc 40km/h và 60km/h. Xác định vận tốc tương đối (cả hướng lẫn độ lớn) của đầu máy thứ nhất so với đầu máy thứ hai trong hai trường hợp :

- a) Hai đầu máy chuyển động ngược chiều.  
b) Hai đầu máy chuyển động cùng chiều.

***Giải***

Gọi  $\vec{V}_{13}$  : Vận tốc của đầu máy 1 đối với đất 3

$\vec{V}_{23}$  : Vận tốc của đầu máy 2 đối với đất 3

$\vec{V}_{12}$  : Vận tốc của đầu máy 1 đối với 2

Phép cộng vận tốc :  $\vec{V}_{12} = \vec{V}_{13} + \vec{V}_{32}$

Chiếu lên trục tọa độ x :  $V_{12x} = V_{13x} + V_{32x} = V_{13x} - V_{23x}$  (\*)

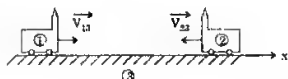
a) Hai đầu máy chạy ngược chiều :

Có  $V_{13x} > 0$  nên  $V_{13x} = V_{13} = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$V_{23x} < 0$  nên  $V_{23x} = -V_{23} = -60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(\*)  $\Rightarrow V_{12x} = 40 - (-60) = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} > 0$

Vậy :  $\vec{V}_{12}$  có  $\begin{cases} \bullet \text{Hướng từ 1} \rightarrow 2 \\ \bullet V_{12} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{cases}$



b) Hai đầu máy chạy cùng chiều :

Có :  $V_{13x} > 0$  nên  $V_{13x} = V_{13} = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$V_{23x} > 0$  nên  $V_{23x} = V_{23} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(\*)  $\Rightarrow V_{12x} = 40 - 60 = -20 \frac{\text{km}}{\text{h}} < 0$

Vậy :  $\vec{V}_{12}$  có  $\begin{cases} \bullet \text{Hướng từ 2} \rightarrow 1 \\ \bullet V_{12} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{cases}$



Ghi nhớ : • Hai xe chạy ngược chiều :  $V_{12} = V_1 + V_2$

• Hai xe chạy cùng chiều :  $V_{12} = |V_1 - V_2|$

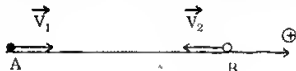
## DÙNG PHÉP CỘNG VẬN TỐC TÌM THỜI GIAN HAI XE GẶP NHAU

**14** Hai ô tô cùng khởi hành một lúc tại hai vị trí A và B cách nhau 120km và đi lại gặp nhau. Vận tốc xe thứ nhất là  $V_1 = 70\text{km/h}$ , xe thứ hai là  $V_2 = 50\text{km/h}$ . Coi chuyển động hai xe là thẳng đều. Hỏi sau bao lâu thì hai xe gặp nhau? Giải bài toán bằng cách:

a) Lập phương trình chuyển động của hai xe đối với hệ qui chiếu gắn với trái đất.

b) Dùng phép cộng vận tốc.

**Giải**



a) Hệ qui chiếu gắn liền với trái đất:

- Chọn :
- Trục tọa độ là đường AB
  - Chiều dương từ A  $\rightarrow$  B
  - Gốc tọa độ ở A
  - Gốc thời gian là lúc hai ô tô khởi hành.

Phương trình chuyển động hai xe :  $x = x_0 + V_x(t - t_0)$

$$\text{Xe 1} \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_x = V_1 = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ t_0 = 0 \end{cases} \quad \text{nên} \quad x_1 = 70t \text{ (km)}$$

$$\text{Xe 2} \quad \begin{cases} x_0 = \overline{AB} = 120\text{km} \\ V_x = -V_2 = -50\text{km/h} \\ t_0 = 0 \end{cases} \quad \text{nên} \quad x_2 = 120 - 50t \text{ (km)}$$

Khi gặp nhau :  $x_1 = x_2 \Rightarrow 70t = 120 - 50t \Rightarrow t = 1 \text{ (h)}.$

b) Dùng phép cộng vận tốc :

Vận tốc tương đối của xe 1 so với xe 2 :  $V_{12} = V_1 + V_2 = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Để dễ hiểu ta có thể tưởng tượng : Xe 2 đứng yên ở B còn xe 1 phải chạy đều với vận tốc  $V_{12} = 120\text{km/h}$ , nên khi hai xe gặp nhau tức xe 1 đến B.

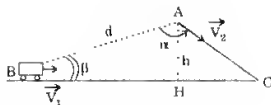
Vậy :  $AB = V_{12} \times t \Rightarrow t = \frac{AB}{V_{12}} = 1 \text{ (h)}.$

## TÌM PHƯƠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA NGƯỜI ĐỂ NGƯỜI VÀ XE ĐẾN CÙNG LÚC

**15** Một người đứng ở A cách đường quốc lộ  $h = 100\text{m}$  nhìn thấy một xe ô tô vừa đến B cách mình  $d = 500\text{m}$  đang chạy trên đường với vận tốc  $V_1 = 50\text{km/h}$  (HV). Đúng lúc nhìn thấy xe thì người ấy chạy theo hướng AC ( $\widehat{BAC} = \alpha$ ) với vận tốc  $V_2$ .

a) Biết  $V_2 = 11,55 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx \frac{20}{\sqrt{3}} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , tính  $\alpha$ .

b)  $\alpha$  bằng bao nhiêu thì  $V_2$  cực tiểu?  
Tính vận tốc cực tiểu ấy.



**Giải**

a) Tính góc  $\alpha$ :

+ Gọi  $t$  là thời gian để xe và người đến C:  $AC = V_2 \cdot t$ ;  $BC = V_1 \cdot t$

$$+ \Delta ACB \Rightarrow \frac{AC}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{V_2 t}{\sin \beta} = \frac{V_1 t}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{V_1}{V_2} \cdot \sin \beta \quad (1)$$

$$+ \Delta ABH \Rightarrow \sin \beta = \frac{AH}{AB} = \frac{h}{d} \text{ nên: } \sin \alpha = \frac{V_1}{V_2} \times \frac{h}{d} \quad (2)$$

$$\sin \alpha = \frac{50}{20} \times \frac{100}{500} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \begin{cases} 60^\circ \\ 120^\circ \end{cases}$$

• Dùng phép cộng vận tốc:

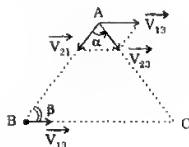
+ Gọi xe là 1; Người là 2; Đất là 3.

•  $\vec{V}_{21}$  là vận tốc của người đối với xe có hướng từ người tới xe.

+ Phép cộng vận tốc:  $\vec{V}_{23} = \vec{V}_{21} + \vec{V}_{13}$

Trong đó các vectơ được biểu diễn như hình vẽ.

$$+ \text{Hình vẽ cho: } \frac{V_{13}}{\sin \alpha} = \frac{V_{23}}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{V_1}{V_2} \cdot \sin \beta \text{ : trở lại (1)}$$



$$b) \text{ Tính } \alpha \text{ để } V_{2(\min)}: (2) \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\sin \alpha} \times \frac{h}{d}$$

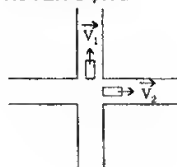
Với  $V_1, h, d$  không đổi nên  $V_2$  min khi  $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$

$$\text{Lúc đó: } V_{2(\min)} = V_1 \times \frac{h}{d} = 50 \times \frac{100}{500} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

### VẬN TỐC TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI XE KHI CHÚNG CHUYỂN ĐỘNG THEO HAI PHƯƠNG VUÔNG GÓC

**16** Hai ô tô qua ngã tư cùng lúc theo hai đường vuông góc nhau với vận tốc  $V_1 = 8\text{m/s}$  và  $V_2 = 6\text{m/s}$ . Coi chuyển động mỗi xe là thẳng đều.

a) Xác định độ lớn vận tốc xe 1 đối với xe 2.



b) Lúc xe 2 cách ngã tư 120m thì hai xe cách nhau bao nhiêu mét ?

**Giải**

a) Xác định  $V_{12}$  :

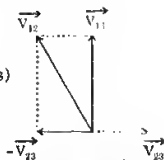
$$+ \vec{V}_{12} = \vec{V}_{13} + \vec{V}_{32} = \vec{V}_{13} + (-\vec{V}_{23})$$

$$+ \text{Hình vẽ cho : } V_{12} = \sqrt{V_{13}^2 + V_{23}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ (m/s)}$$

b) Khoảng cách 2 xe :

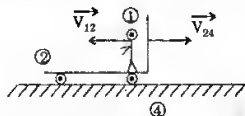
$$+ t = \frac{S_2}{V_2} = \frac{120}{6} = 20 \text{ (s)}$$

+ Coi như xe 2 đứng yên còn xe 1 chuyển động thẳng đều với vận tốc  $V_{12}$  (theo hướng  $\vec{V}_{12}$ ) nên khoảng cách 2 xe :  $S = V_{12} \cdot t = 10 \times 20 = 200 \text{ (m)}$ .

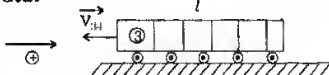


### VẬN TỐC TƯƠNG ĐỐI KHI BA VẬT CÙNG CHUYỂN ĐỘNG

**17** Một nhân viên đi trên tàu với vận tốc  $V_1 = 5\text{km/h}$  (so với tàu) từ đầu toa đến cuối toa. Toa tàu này đang chạy với vận tốc  $V_2 = 30\text{km/h}$ . Trên đường sắt kế bên, một đoàn tàu khác dài  $l = 120\text{m}$  chạy với vận tốc  $V_3 = 35\text{km/h}$ . Biết hai đoàn tàu chạy song song và ngược chiều. Coi các chuyển động là thẳng đều. Tính thời gian người nhân viên nhìn thấy đoàn tàu kia đi ngang qua mình.



**Giải**



Gọi (4) là mặt đất.

$$+ \text{Có : } \vec{V}_{13} = \vec{V}_{12} + \vec{V}_{24} + \vec{V}_{43} = \vec{V}_{12} + \vec{V}_{24} + (-\vec{V}_{34})$$

$$\Rightarrow V_{13} = -V_1 + V_2 + V_3 = -5 + 30 + 35 = 60 \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

+ Coi như người nhân viên đang đi đến đoàn tàu kia (đang đứng yên) với vận tốc  $V_{13} = 60\text{km/h}$  nên thời gian :

$$t = \frac{l}{V_{13}} = \frac{0,12\text{km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,002\text{h} = 7,2 \text{ (s)}.$$

### VẬN TỐC TƯƠNG ĐỐI CỦA GIỌT NƯỚC MƯA ĐỐI VỚI XE

**18** Trên trần toa xe lửa chạy thẳng đều với vận tốc  $V_1 = 15\text{m/s}$  có đặt một ống nghiêng với mặt ngang góc  $\alpha$ . Biết rằng những giọt nước mưa rơi thẳng đứng với vận tốc  $V_2 = 26\text{m/s}$  sẽ lọt xuống được đáy ống theo phương song

song với thành ống. Hỏi ống phải nằm trong mặt phẳng nào, nghiêng về phía trước hay sau xe một góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu ?

**Giải**

Để giọt mưa lọt được vào ống đặt trên tàu theo phương song song

với thành ống thì vận tốc tương đối  $\vec{V}_{21}$  của giọt mưa đối với tàu phải cùng phương với thành ống.

$$\text{Có : } \vec{V}_{21} = \vec{V}_{23} + \vec{V}_{31} = \vec{V}_{23} + (-\vec{V}_{13})$$

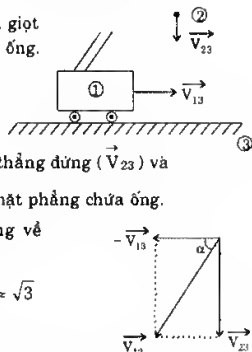
Biểu thức vectơ này cho ta :

- $\vec{V}_{21}$  nằm trong mặt phẳng chứa phương thẳng đứng ( $\vec{V}_{23}$ ) và phương chuyển động của xe ( $\vec{V}_{13}$ ) đó là mặt phẳng chứa ống.

- Hình vẽ cho : Đầu trên của ống nghiêng về phía trước toa tàu.

- Góc nghiêng  $\alpha$  :  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_{23}}{V_{13}} = \frac{26}{15} = 1,73 \approx \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



### VẬN TỐC CỦA CANO ĐỐI VỚI BỜ SÔNG KHI NƯỚC CHẢY

**19** Vận tốc của cano trong nước yên lặng là  $V_1$ . Vận tốc của nước là  $V_2 < V_1$ . Tính vận tốc của cano trong nước chảy :

a) Khi cano đi xuôi dòng.

b) Khi cano đi ngược dòng.

**Giải**

Đặt 1 là thuyền; 2 là nước; 3 là bờ sông thì :

+ Vận tốc của thuyền trong nước yên lặng (hay so với nước) :  $\vec{V}_{12}$

+ Vận tốc của nước (tức so với bờ sông) :  $\vec{V}_{23}$

+ Vận tốc của thuyền trong nước chảy (so với bờ sông) :  $\vec{V}_{13} = \vec{V}_{12} + \vec{V}_{23}$

Chiếu xuống trục x :  $V_{13x} = V_{12x} + V_{23x}$  (\*)

a) Khi thuyền đi xuôi dòng :

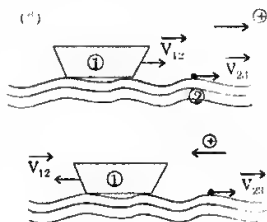
$$(*) \Rightarrow V_{13x} = V_{12} + V_{23} = V_1 + V_2 > 0$$

$$\text{hay : } V_{13} = V_1 + V_2$$

b) Khi thuyền đi ngược dòng :

$$(*) \Rightarrow V_{13x} = V_{12} - V_{23} = V_1 - V_2 > 0$$

$$\text{Vậy : } V_{13} = V_1 - V_2$$



## VẬN TỐC CANÔ KHI XUÔI DÒNG VÀ NGƯỢC DÒNG

**20** Hai bến sông A và B cách nhau 70km. Khi đi xuôi dòng từ A đến B canô đến sớm hơn 48 phút so với khi ngược dòng từ B đến A. Vận tốc canô khi nước đứng yên là  $V_1 = 30\text{km/h}$ . Tính vận tốc  $V_2$  của dòng nước.

**Giải**

+ Vận tốc canô khi xuôi dòng :  $V = V_1 + V_2 = 30 + V_2 \text{ (km/h)}$

Thời gian Canô xuôi dòng :  $t = \frac{AB}{V} = \frac{70}{30 + V_2}$

+ Vận tốc canô khi ngược dòng :  $V' = V_1 - V_2 = 30 - V_2$

Thời gian canô ngược dòng :  $t' = \frac{AB}{V'} = \frac{70}{30 - V_2} > t$

+ Theo đề :  $\frac{70}{30 - V_2} - \frac{70}{30 + V_2} = 48 \text{ phút} = 0,8 \text{ giờ}$

$$\Rightarrow V_2^2 + 175V_2 - 900 = 0$$

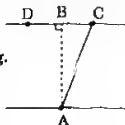
$$\Delta = 185^2 \Rightarrow V_2 = \frac{-175 \pm 185}{2}$$

Chỉ nhận giá trị  $V_2 > 0$  :  $V_2 = 5\text{km/h}$ .

## THUYỀN CHUYỂN ĐỘNG QUA SÔNG KHI NƯỚC CHẢY

**21** Một thuyền xuất phát từ A và mũi thuyền hướng về B với AB vuông góc với bờ sông. Do nước chảy nên thuyền đến bờ bên kia tại C với  $BC = 100\text{m}$  và thời gian  $t = 50\text{s}$  (Hình vẽ)

- Tính vận tốc dòng nước.
- Biết  $AB = 200\text{m}$ . Tính vận tốc thuyền khi nước yên lặng.
- Muốn thuyền đến bờ bên kia tại B thì mũi thuyền phải hướng đến D ở bờ bên kia. Tính khoảng cách giữa B và D. Biết vận tốc dòng nước và của thuyền khi nước yên lặng như đã tính ở hai câu trên.



**Giải**

a) Vận tốc dòng nước :

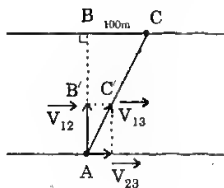
- Gọi 1 là thuyền, 2 là nước, 3 là bờ sông.

$$\text{Phép cộng vận tốc : } \vec{V}_{13} = \vec{V}_{12} + \vec{V}_{23}$$

trong đó :  $\vec{V}_{13}$  có hướng  $\vec{AC}$

$\vec{V}_{12}$  có hướng  $\vec{AB}$

$\vec{V}_{23}$  có hướng của dòng nước.





- Hình vẽ cho :  $\frac{B'C}{BC} = \frac{AC'}{AC}$  hay :  $\frac{V_{23}}{100} = \frac{V_{13}}{AC}$   
 mà :  $\frac{AC}{V_{13}} = t = 50s$  nên  $\frac{V_{23}}{100} = \frac{1}{50} \Rightarrow V_{23} = 2 \text{ (m/s)}$ .

b) Vận tốc thuyền khi nước yên lặng ( $V_{12}$ ) :

Hình vẽ cho :  $\frac{V_{12}}{AB} = \frac{V_{23}}{BC} \Rightarrow V_{12} = \frac{AB}{BC} \cdot V_{23} = \frac{200}{100} \cdot 2 = 4 \text{ (m/s)}$ .

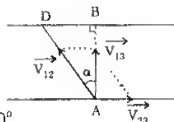
c) Tính BD :

- Mũi thuyền hướng đến D nên  $\vec{V}_{12}$  có hướng  $\vec{AD}$

Thuyền đi từ A đến B nên  $\vec{V}_{13}$  có hướng  $\vec{AB}$ .

- Hình vẽ cho :  $\sin \alpha = \frac{V_{23}}{V_{12}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

- $\triangle ABD$  :  $BD = AB \times \tan \alpha = 200 \cdot \tan 30^\circ \approx 115,47 \text{ (m)}$ .



## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

- 22** Hai ô tô cùng khởi hành một lúc tại A và B cách nhau  $l = 100\text{km}$ .  
 + Hai xe chuyển động ngược chiều thì sau 1 giờ chúng gặp nhau.  
 + Hai xe chuyển động cùng chiều thì sau 5 giờ chúng gặp nhau. Dùng phép cộng vận tốc tính vận tốc hai ô tô.

### Hướng dẫn

+ Ngược chiều :  $V_1 + V_2 = \frac{l}{t} = 100$

+ Cùng chiều :  $V_1 - V_2 = \frac{l}{t} = 20 \Rightarrow V_1 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  và  $V_2 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

- 23** Một người ngồi trên tàu A nhìn ngang qua cửa sổ thấy bên cạnh có một tàu B đang chạy song song và cùng chiều với vận tốc  $V_2 = 36\text{km/h}$  xuất hiện. Tàu B dài  $l = 100\text{m}$  và thời gian người ấy nhìn thấy tàu B là  $t = 20s$ . Tính vận tốc tàu A.

### Hướng dẫn

$$|V_1 - V_2| = \frac{l}{t} \quad |V_1 - 10| = 5 \Rightarrow V_1 = 15\text{m/s hoặc } V_1 = 5\text{m/s}.$$

- 24** Một đoàn xe cơ giới có đội hình dài 1200m, hành quân với vận tốc 18km/h. Người chỉ huy ngồi trên chiếc xe đi đầu, trao cho một chiến sĩ đi nôô một mệnh lệnh chuyển xuống xe cuối đoàn. Người chiến sĩ hoàn thành nhiệm vụ và quay trở lại báo cáo với người chỉ huy, tất cả mất một thời gian là 1 phút 40 giây.

Tính vận tốc của chiến sĩ đi mô tô, biết rằng người ấy đi theo cả hai chiều với cùng một vận tốc so với đất.

### Hướng dẫn

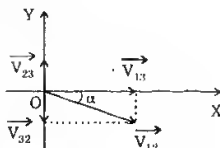
- Vận tốc mô tô đối với đoàn quân khi đi ngược chiều và cùng chiều :  $V + 5$  và  $V - 5$ .
- $\frac{1200}{V + 5} + \frac{1200}{V - 5} = 100 \Rightarrow V = 25 \text{ m/s}$ .

**25** Hai ô tô chuyển động thẳng đều trên hai đường OX và OY vuông góc nhau với vận tốc  $V_1 = 17,32 \text{ m/s}$  và  $V_2 = 10 \text{ m/s}$ , chùng qua O cùng lúc.

- Tính vận tốc tương đối của ô tô thứ nhất so với ô tô thứ hai.
- Nếu ngồi trên ô tô thứ hai mà quan sát sẽ thấy ô tô thứ nhất chạy theo hướng nào ?

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{V}_{12} &= \vec{V}_{13} + \vec{V}_{32} \\ V_{12} &= \sqrt{V_{13}^2 + V_{32}^2} = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$



- Ngồi trên ô tô thứ 2 (tức tưởng tượng ô tô 2 đứng yên).

Sẽ thấy ô tô 1 chạy theo hướng  $\vec{V}_{12}$  với  $\tan \alpha = \frac{V_{32}}{V_{13}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ .

**26** Hai ô tô chuyển động cùng chiều với vận tốc  $V_1 = 50 \text{ km/h}$ . Một người đi xe đạp ngược chiều với vận tốc  $V_2 = 10 \text{ km/h}$  lần lượt gặp hai xe sau khoảng thời gian  $t = 6$  phút. Hỏi ô tô thứ hai khởi hành sau ô tô thứ nhất bao lâu ?

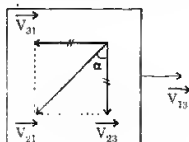
### Hướng dẫn

- Vận tốc xe đạp đối với ô tô :  $V_{21} = V_1 + V_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- Quãng cách 2 ô tô :  $l = V_{21} \times t = 6 \text{ km}$
- Thời gian cần tìm :  $t' = \frac{l}{V_1} = 0,12 \text{ h} = 7,2 \text{ phút}$ .

**27** Hành khách ngồi trong ô tô đang chuyển động sẽ thấy các giọt nước mưa rơi theo hướng nào và vận tốc bao nhiêu ? Biết rằng giọt nước mưa rơi thẳng đứng so với mặt đất và coi chuyển động của xe và giọt nước mưa đều là thẳng đều với cùng vận tốc  $10 \text{ m/s}$ .

### Hướng dẫn

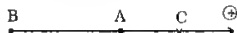
- Vận tốc giọt nước so với ô tô :  $\vec{V}_{21} = \vec{V}_{23} + \vec{V}_{31}$
- Ngồi trong xe thấy giọt nước rơi theo hướng của  $\vec{V}_{21}$   $\begin{cases} V_{21} = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \\ \alpha = 45^\circ \end{cases}$



**28** Một người ngồi trên chiếc canô đang chạy ngược dòng nước với vận tốc  $V_1 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  (so với nước) đến vị trí A (trên bờ) thấy một chiếc thùng đang trôi. Sau 15 phút canô quay xuôi dòng nước với cùng vận tốc (so với dòng nước). Hỏi canô gặp trở lại chiếc thùng ở cách A bao xa? Biết vận tốc dòng nước là  $V_2 = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Cho rằng canô và nước chuyển động thẳng đều.

### Hướng dẫn

- + Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ A làm gốc tọa độ} \\ \bullet \text{ Chiều dương là chiều nước chảy} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian là lúc canô ở B} \end{array} \right.$



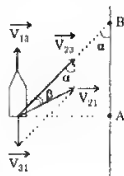
- + Phương trình chuyển động của thùng :  $x_1 = V_2(t + t_0) = 5\left(t + \frac{1}{4}\right) (\text{km})$
- + Của canô :  $x_2 = -x_0 + (V_1 + V_2)t$  với  $x_0 = AB = (V_1 - V_2)t_0 = 6,25 \text{ km}$   
nên :  $x_2 = -6,25 + 35t (\text{km})$
- Gặp nhau :  $x_1 = x_2 \Rightarrow t = 0,25 \text{ h}; x = AC = 2,5 \text{ km}.$

**29** Một chiếc thuyền chuyển động thẳng đều với vận tốc  $V_1 = 3 \text{ m/s}$  (so với bờ), thành bên của thuyền song song với bờ sông và cách bờ  $d = 5 \text{ m}$ . Khi thuyền đến ngang vị trí A thì ném một vật đến B (A và B đều trên bờ với  $AB = 5 \text{ m}$ ). Thời gian vật chuyển động là  $t = 0,707 \text{ s}$ . Xác định hướng ném vật so với thành bên của thuyền và vận tốc ném so với thuyền.

### Hướng dẫn

- + Gọi 1 là thuyền, 2 là vật, 3 là bờ thì vận tốc của vật so với thuyền :  $\vec{V}_{21} = \vec{V}_{23} + \vec{V}_{31}$

- + Hình vẽ  $\Rightarrow \begin{cases} V_{23} = \frac{OB}{t} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \alpha = 45^\circ \end{cases}$



- + Có :  $V_{21}^2 = V_{23}^2 + V_{31}^2 - 2 \cdot V_{23} \cdot V_{31} \cdot \cos \alpha \Rightarrow V_{21} = 8,16 \text{ m/s}$

$$\text{Và : } \frac{\sin \beta}{V_{31}} = \frac{\sin \alpha}{V_{21}} \Rightarrow \beta \approx 15^\circ$$

Hướng ném là  $\vec{V}_{21}$  hợp với thành bên :  $\alpha + \beta = 60^\circ$ .

**30** Một máy bay bay từ A đến B rồi trở về A.

- Khi đi từ A đến B thì hướng gió từ A đến B và thời gian bay là  $t_0$ .
- Khi đi từ B về A thì hướng gió vuông góc với AB.

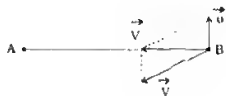
Trong cả 2 trường hợp vận tốc của máy bay khi không có gió là  $V$ , vận

tốc của gió là  $u$  và máy bay luôn luôn bay theo đường AB. Tính thời gian máy bay bay từ B về A.

### Hướng dẫn

$$+ t_0 = \frac{AB}{V + u}$$

$$+ t = \frac{AB}{\sqrt{V^2 - u^2}} \Rightarrow t = t_0 \sqrt{\frac{V + u}{V - u}}$$



## Chú đề II

### CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

I. Vận tốc trung bình :  $V_{tb} = \frac{S_1 + S_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$

#### II. Công thức về chuyển động thẳng biến đổi đều

$$+ a_x = \frac{V_x - V_{ox}}{t} \quad (t_0 \neq 0)$$

$$+ V_x = V_{ox} + a_x \cdot t$$

$$+ V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x \cdot S_x$$

$$+ x = x_0 + V_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$$

$$+ S = |S_x| = |V_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2|$$

#### III. Chuyển động rơi tự do

$$+ V_x = V_{ox} + g_x \cdot t$$

$$+ x = x_0 + V_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} g_x \cdot t^2$$

$$+ V_x^2 - V_{ox}^2 = 2g_x \cdot S_x$$

Loại 1 :

### VẬN TỐC TRUNG BÌNH

#### BÀI GIẢI MẪU

##### 1. TÍNH VẬN TỐC TRUNG BÌNH

**31** Một người đi xe đạp chuyển động thẳng đều, đi một nửa đoạn đường đầu với vận tốc  $V_1 = 10\text{km/h}$ , nửa quãng đường còn lại với vận tốc  $V_2 = 15\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình của người ấy trên cả quãng đường.

### Giải

+ Thời gian để đi hết nửa quãng đường  $S_1 = \frac{S}{2}$  là :  $t_1 = \frac{S_1}{V_1} = \frac{S}{2V_1}$ .

+ Thời gian để đi hết nửa quãng đường còn lại  $S_2 = \frac{S}{2}$  là :  $t_2 = \frac{S_2}{V_2} = \frac{S}{2V_2}$ .

+ Vận tốc trung bình trên cả đoạn đường  $S$  là :

$$V = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2}} = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 15}{10 + 15} = 12 \text{ (km/h)}.$$

### TÍNH VẬN TỐC TRUNG BÌNH

**32** Một ô tô chuyển động từ A  $\rightarrow$  B. Một nửa thời gian đầu vận tốc ô tô là  $V_1 = 40\text{km/h}$ , một nửa thời gian còn lại vận tốc ô tô là  $V_2 = 60\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình trên cả quãng đường AB.

### Giải

+ Quãng đường đi được trong nửa thời gian đầu  $t_1 = \frac{t}{2}$  :

$$S_1 = V_1 \cdot t_1 = V_1 \cdot \frac{t}{2}$$

+ Quãng đường đi được trong một nửa thời gian sau  $t_2 = \frac{t}{2}$

$$S_2 = V_2 \cdot t_2 = V_2 \cdot \frac{t}{2}$$

+ Vận tốc trung bình trên cả quãng đường AB :

$$V_{tb} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{V_1 \cdot \frac{t}{2} + V_2 \cdot \frac{t}{2}}{\frac{t}{2} + \frac{t}{2}} = \frac{V_1 \cdot t + V_2 \cdot t}{2 \cdot t} = \frac{V_1 + V_2}{2} = 50 \text{ (km/h)}.$$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**33** Một ô tô chạy liên tục trong 3 giờ. Trong 2 giờ đầu vận tốc là  $V_1 = 80\text{km/h}$ , trong giờ sau vận tốc là  $V_2 = 50\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình trong suốt thời gian chuyển động.

$$\text{ĐS : } V_{tb} = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{t_1 + t_2} = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**34** Một xe máy đi trên nửa đoạn đường đầu tiên là  $V_1 = 50\text{km/h}$ , trên nửa đoạn sau với vận tốc  $V_2 = 30\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình trên cả đoạn đường.

$$\text{ĐS: } V_{tb} = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2} = 37,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**35** Một người đi xe đạp trên một đoạn đường thẳng AB. Trên  $\frac{1}{3}$  đoạn đường đầu đi với vận tốc  $V_1 = 20\text{km/h}$ ,  $\frac{1}{3}$  đoạn đường giữa đi với vận tốc  $V_2 = 15\text{km/h}$  và  $\frac{1}{3}$  đoạn đường cuối với vận tốc  $V_3 = 10\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình của xe đạp trên cả đoạn đường AB.

$$\text{ĐS: } V_{tb} = \frac{3V_1V_2V_3}{V_1V_2 + V_2V_3 + V_3V_1} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**36** Một ô tô chuyển động với vận tốc  $V_1 = 80\text{km/h}$  trên nửa đoạn đường đầu tiên (AI). Nửa thời gian đầu để đi đoạn đường còn lại (IB) với vận tốc  $V_2 = 60\text{km/h}$  và nửa thời gian sau đi với vận tốc  $V_3 = 40\text{km/h}$ . Tính vận tốc trung bình trên cả quãng đường AB.

### Hướng dẫn

+ Thời gian đi nửa quãng đường đầu thì :  $t_1 = \frac{S}{2V_1}$

+ Gọi  $t_2$  là thời gian đi nửa quãng đường sau thì :

$$S_2 = V_2 \cdot \frac{t_2}{2} \quad \text{và} \quad S_3 = V_3 \cdot \frac{t_2}{2}$$

$$\text{Với: } \frac{S}{2} = S_2 + S_3 = (V_2 + V_3) \cdot \frac{t_2}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{S}{V_2 + V_3}$$

$$+ \quad V_{tb} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S}{2V_1} + \frac{S}{V_2 + V_3}} = \frac{2V_1(V_2 + V_3)}{2V_1 + V_2 + V_3} \approx 61,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**Loại 2 :**

### SỬ DỤNG CÁC CÔNG THỨC

$$+ \quad a_x = \frac{V_x - V_{ox}}{t}$$

$$+ \quad V_x = V_{ox} + a_x \cdot t$$

$$+ \quad V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x \cdot S_x$$

$$+ \quad S_x = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 + V_{ox} \cdot t$$

$$+ \quad S = |S_x|$$

+ *Chú ý* : Chuyển động nhanh dần đều thì  $\vec{a}$  và  $\vec{V}$  cùng hướng chuyển động chậm dần đều thì  $\vec{a}$  và  $\vec{V}$  ngược hướng.

**ÁP DỤNG :**  $a_x = \frac{V_x - V_{ox}}{t}$  và  $S_x = \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 + V_{ox} \cdot t$

**37** Một đoàn tàu đang chạy với vận tốc 54km/h thì hãm phanh. Sau đó đi thêm 125m nữa thì đứng hẳn. Hỏi 5s sau lúc hãm phanh, tàu ở chỗ nào và đang chạy với vận tốc là bao nhiêu ?

**Giải**

Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Chiều dương là chiều chuyển động} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian là lúc hãm phanh} \end{array} \right.$

+ Gia tốc :  $a_x = \frac{V_x^2 - V_{ox}^2}{2S_x}$



Với  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet V_x = 0 \text{ (dừng lại)} \\ \bullet V_{ox} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \text{m/s} \\ \bullet S_x = 125 \text{m} \end{array} \right.$  Được :  $a_x = \frac{0 - 15^2}{2 \cdot 125} = -0,9 \text{m/s}^2$

$a_x < 0$  tức  $\vec{a}$  ngược chiều chuyển động (chậm dần đều)

+ Vận tốc sau 5s :  $V_x = V_{ox} + a_x \cdot t = 15 + (-0,9) \times 5 = 10,5 \text{m/s}$

+ Độ dài :  $S_x = \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 + V_{ox} \cdot t = \frac{1}{2}(-0,9)(5)^2 + 15 \cdot 5 = 63,75 \text{ (m)}$

Sau 5s xe cách chỗ hãm phanh 63,75m.

## TÍNH QUẢNG ĐƯỜNG ĐI

**38** Chứng minh rằng trong chuyển động nhanh dần đều với vận tốc ban đầu bằng không, quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp thì tỉ lệ với những số lẻ liên tiếp 1, 3, 5, 7...

**Giải**

$\bullet \quad S_1 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{S_1}{1} = \frac{1}{2}at^2 \quad (1)$

$\bullet \quad S_1 + S_2 = \frac{1}{2}a(2t)^2$



$\Rightarrow S_2 = \frac{4}{2}at^2 - \frac{1}{2}at^2 = \frac{3}{2}at^2 \Rightarrow \frac{S_2}{3} = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$

$$\begin{aligned} \bullet \quad S_1 + S_2 + S_3 &= \frac{1}{2} a(3t)^2 \Rightarrow S_2 = \frac{9}{2} at^2 - \frac{4}{2} at^2 = \frac{5}{2} at^2 \\ &\Rightarrow \frac{S_3}{5} = \frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \dots \text{cho: } \frac{S_1}{1} = \frac{S_2}{3} = \frac{S_3}{5} = \dots$$

hay các quãng đường  $S_1, S_2, \dots$  tỉ lệ với các số nguyên 1, 3, 5, 7...

### TÍNH QUẢNG ĐƯỜNG ĐI VÀ VẬN TỐC

**39** Một xe ô tô khởi hành từ O với vận tốc bằng 0 và sau đó chuyển động nhanh dần đều lần lượt qua A và B. Biết  $AB = 437,5\text{m}$ , thời gian từ A đến B là 25s và vận tốc tại B là 30m/s. Tìm vận tốc lúc xe qua A và quãng đường OA.

**Giải**

Với chiều dương là chiều chuyển động:  $V_x > 0$

Và chuyển động nhanh dần đều:  $a_x > 0$  nên quãng đường:

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{1}{2} at^2 + V_A \cdot t \\ 437,5 &= \frac{1}{2} a(25)^2 + V_A \cdot 25 \\ 17,5 &= 12,5a + V_A \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Và: } V_B = a \cdot t + V_A \Rightarrow 30 = a \cdot 25 + V_A \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 12,5 = 12,5a \Rightarrow a = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$(2) \Rightarrow V_A = 5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\text{Xét đoạn đường OA: } V_A^2 - 0^2 = 2a \cdot S_1 \Rightarrow S_1 = \frac{V_A^2}{2a} = \frac{5^2}{2 \cdot 1} = 12,5 \text{ (m).}$$

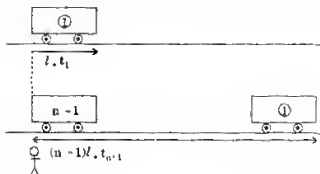
### TÍNH THỜI GIAN TOA TÀU ĐI QUA TRƯỚC MẶT MÌNH

**40** Một người đứng ở sân ga nhìn ngang đầu toa thứ nhất của một đoàn tàu bắt đầu chuyển bánh. Thời gian toa thứ nhất qua trước mặt người ấy là  $t_1 = 6\text{s}$ . Hỏi toa thứ  $n$  đi qua trước mặt người ấy trong bao lâu? Biết rằng đoàn tàu chuyển động nhanh dần đều, chiều dài các toa bằng nhau và khoảng hở giữa hai toa không đáng kể.

**Giải**

+ Khi toa đầu tiên đi qua trước mặt mình thì đầu toa này đã

$$\text{đi được: } l = \frac{1}{2} at_1^2 \quad (1)$$





+ Khi  $(n - 1)$  toa đầu tiên đi qua trước mặt mình trong thời gian  $t_{n-1}$  thì toa đầu tiên đi được :  $(n - 1)l = \frac{1}{2}at_{n-1}^2$  (2)

+ Tương tự cho  $n$  toa đầu tiên :  $n.l = \frac{1}{2}at_n^2$  (3)

$$+ \quad \frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{t_{n-1}^2}{t_1^2} = n - 1 \Rightarrow t_{n-1} = \sqrt{n - 1} \times t_1$$

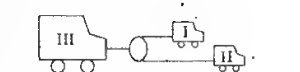
$$\text{và} \quad \frac{(3)}{(1)} \Rightarrow \frac{t_n^2}{t_1^2} = n \Rightarrow t_n = \sqrt{n} \cdot t_1$$

+ Thời gian để toa thứ  $n$  đi qua trước mặt mình :

$$\Delta t = t_n - t_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t_1 = 1,032(s).$$

### TÍNH GIA TỐC CỦA XE ĐƯỢC KÉO BỞI HAI XE KHÁC

**41** Một ô tô tải được kéo bởi ô tô con thông qua ròng rọc như hình vẽ. Biết gia tốc hai ô tô con là  $a_1 = 1\text{m/s}^2$  và  $a_2 = 2\text{m/s}^2$ . Hãy xác định gia tốc  $a_3$  của xe tải.



**Giải**

Gọi  $V_1, V_2, V_3$  lần lượt là vận tốc của ba xe ở cùng một thời điểm.

Quãng đường đi được của mỗi xe trong thời gian  $t$  tiếp sau đó :

$$S_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 + V_1t; \quad S_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + V_2t; \quad S_3 = \frac{1}{2}a_3t^2 + V_3t$$

$$\text{Mà :} \quad S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2} \Rightarrow 2S_3 = S_1 + S_2$$

$$a_3t^2 + 2V_3t = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t^2 + (V_1 + V_2)t$$

$$\text{Vì đẳng thức này thỏa cho mọi } t \text{ nên : } a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} = 1,5\text{m/s}^2.$$

### TÌM KHOẢNG THỜI GIAN CHUYỂN ĐỘNG CỦA THANG MÁY.

**42** Chuyển động của một thang máy khi hoạt động coi là chuyển động biến đổi đều.

a) Hỏi khi nào thang máy có gia tốc hướng lên ? Hướng xuống ?

b) Thang máy chuyển động từ mặt đất xuống một giếng sâu 196m. Khi xuống cũng như khi lên một nửa quãng đường đầu nó chuyển động nhanh dần đều, một nửa quãng đường sau nó chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng lại. Độ lớn của các gia tốc này đều bằng nhau và bằng  $0,98\text{m/s}^2$ .

**Tìm khoảng thời gian chuyển động của thang máy từ mặt đất xuống đáy giếng.**

### Giải

a) **Tính chất chuyển động của thang máy :**

• Ta biết rằng :

- Chuyển động nhanh dần đều thì  $\vec{a}$  và  $\vec{V}$  cùng hướng.
- Chuyển động chậm dần đều thì  $\vec{a}$  và  $\vec{V}$  ngược hướng.

• Vậy :

- Để gia tốc hướng lên thì :
  - + Hoặc thang máy đi lên nhanh dần đều ( $\vec{a}$  cùng hướng  $\vec{V}$ )
  - + Hoặc thang máy đi xuống chậm dần đều ( $\vec{a}$  ngược hướng  $\vec{V}$ )
- Để gia tốc hướng xuống thì :
  - + Hoặc thang máy đi xuống nhanh dần đều.
  - + Hoặc thang máy đi lên chậm dần đều.

b) **Thời gian chuyển động của thang máy :**

• Nửa đoạn đường đầu :

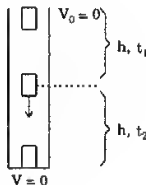
$$+ h = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 98}{0,98}} = 10\sqrt{2} \text{ s}$$

$$+ V_1 = a \cdot t_1$$

• Nửa đoạn đường sau :  $V = V_1 - a t_2$

$$0 = a t_1 - a t_2 \Rightarrow t_2 = t_1 = 10\sqrt{2} \text{ s}$$

$$\text{Vậy : } t = t_1 + t_2 = 20\sqrt{2} \approx 28,28 \text{ s.}$$



### VẬN TỐC TRUNG BÌNH CỦA CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

**13** Một vật chuyển động thẳng biến đổi đều. Tính vận tốc trung bình giữa hai thời điểm chúng có vận tốc tức thời là  $V_0$  và  $V$ .

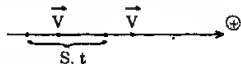
### Giải

$$+ \text{ Có : } V_x^2 - V_{0x}^2 = 2a_x \cdot S_x$$

Chọn chiều dương là chiều chuyển động thì :

$$V_x = V; \quad V_{0x} = V_0; \quad S_x = S \quad \text{nên : } V^2 - V_0^2 = 2a_x \cdot S$$

$$\Rightarrow S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a_x} \quad (1) \quad + \quad \text{Và : } a_x = \frac{V - V_0}{t} \quad (2)$$



$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } S = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot \frac{V - V_0}{t}} = \frac{V + V_0}{2} \times t$$

$$+ \text{ Vận tốc trung bình : } V_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{V + V_0}{2}.$$

### LIÊN QUAN GIỮA THỜI GIAN CHUYỂN ĐỘNG TRÊN HAI ĐOẠN ĐƯỜNG BẰNG NHAU

**44** Một viên bi được thả lăn không ma sát trên mặt phẳng nghiêng với vận tốc đầu bằng không. Thời gian lăn trên đoạn đường  $S$  đầu tiên là  $t_1 = 1s$ . Hỏi thời gian viên bi lăn trên đoạn đường cũng bằng  $S$  tiếp theo. Biết rằng chuyển động của viên bi là nhanh dần đều.

*Giải*

Chọn chiều dương là chiều chuyển động

$$\bullet V_1 = at_1; \quad V_2 = a(t_1 + t_2)$$

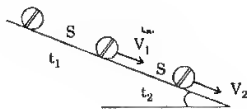
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_1 + t_2}{t_1} = 1 + \frac{t_2}{t_1} \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Mà : } V_1^2 = 2a.S; \quad V_2^2 = 4a.S$$

$$\frac{V_2^2}{V_1^2} = 2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\bullet (1) \text{ và } (2) \text{ cho : } 1 + \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\text{Với } t_1 = 2s \text{ thì : } t_2 = 2(\sqrt{2} - 1) \approx 0,828 (s).$$



### CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU VÀ BIẾN ĐỔI ĐỀU CÙNG LÚC CÙNG VẬN TỐC

**45** Ô tô thứ I chuyển động từ A về B mất hai giờ. Trong nửa đoạn đường đầu vận tốc là  $V_1 = 40km/h$ , trong nửa đoạn đường còn lại vận tốc  $V_2 = 60km/h$  (trên mỗi đoạn coi như chuyển động thẳng đều). Cùng lúc ô tô thứ I qua A, ô tô thứ II chuyển động nhanh dần đều khởi hành tại A cũng đi về B.

a) Gia tốc  $a$  của xe thứ II bằng bao nhiêu để trên đoạn đường AB không có lúc nào chúng cùng vận tốc.

b) Gia tốc  $a$  của xe thứ II bằng bao nhiêu thì hai xe có cùng vận tốc trung bình. Trong trường hợp này, thời điểm nào hai ô tô có cùng vận tốc.

*Giải*

a) Gia tốc xe II, để trên AB hai xe không cùng lúc cùng vận tốc;

Lấy gốc thời gian là lúc hai xe cùng qua A.

- Đối với xe I :

$$+ \text{ Vận tốc trung bình : } V_{tb} = 2 \cdot \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \quad (\text{xem bài 31})$$

$$= 2 \cdot \frac{40 \times 60}{40 + 60} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

$$+ S = AB = V_{tb} \times t = 96 \text{ (km)}$$

$$+ \text{ Thời gian ô tô I đi } \frac{S}{2} \text{ đầu : } t_1 = \frac{S/2}{V_1} = \frac{48}{40} = 1,2\text{h}$$

- Đối với ô tô II :

$$+ \text{ Vận tốc : } V = a \cdot t$$

- + Vì vận tốc ô tô II tăng dần từ 0 nên hai ô tô sẽ không cùng lúc cùng vận tốc trên nửa đoạn đường đầu nếu lúc  $t = t_1 = 1,2\text{h}$  vận tốc ô tô

$$\text{II vẫn chưa đạt } V_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Vậy : } V = a \cdot 1,2 < 40 \Rightarrow a < \frac{40}{1,2} = \frac{100}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \quad (1)$$

- + Tương tự chúng sẽ không cùng vận tốc cùng lúc trên nửa đoạn đường sau nếu lúc  $t = 2\text{h}$  vận tốc xe II chưa đạt  $V_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  Vậy :

$$V = a \cdot 2 < 60 \Rightarrow a < 30 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } a < 30 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}.$$

- b) Gia tốc xe II để 2 xe cùng vận tốc trung bình trên AB :

- + Vận tốc trung bình xe II trên đoạn AB :

$$V_{tb} = \frac{V_A + V_B}{2} \quad (\text{xem bài 43}) = \frac{0 + V_B}{2} = \frac{V_B}{2}$$

$$\Rightarrow V_B = 2V_{tb} = 96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$V_B^2 = 2a \cdot S \Rightarrow a = \frac{V_B^2}{2S} = \frac{96^2}{2 \cdot 96} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \quad (3)$$

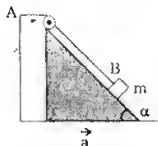
- + So sánh (3) với (1) và (2) ta thấy : ô tô II cùng lúc cùng vận tốc với ô tô I trên cả 2 nửa đoạn đường.

$$\bullet \text{ Trên nửa đoạn đầu : } V = at_1 = V_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_1}{a} = \frac{40}{48} = \frac{5}{6} \text{ h}$$

$$\bullet \text{ Trên nửa đoạn sau : } V = at_2 = V_2 \Rightarrow t_2 = \frac{V_2}{a} = \frac{60}{48} = 1,25\text{h}.$$

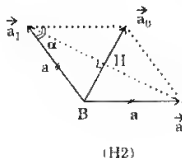
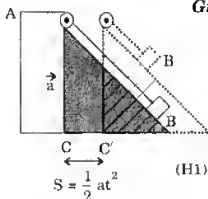
## VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG VỚI MẶT PHẪNG NGHIÊNG CHUYỂN ĐỘNG

**46** Trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  có một dây không đàn hồi. Một đầu dây gắn vào tường ở A, đầu kia buộc vào vật B có khối lượng  $m$ . Mặt phẳng nghiêng chuyển động sang phải với gia tốc  $a$  nằm ngang không đổi. Hãy xác định gia tốc của vật B khi nó còn ở trên mặt phẳng nghiêng.



*Đề thi HS giỏi Vật lý*

**Giải**



- + Trong thời gian  $t$  mặt phẳng nghiêng đã dịch đi về bên phải khoảng  $CC'$  thì vật dịch đi khoảng  $BB'$  trên mặt phẳng nghiêng mà :

$$BB' = CC' = \frac{1}{2}at^2 \quad (H1)$$

Vậy vật đã chuyển động nhanh dần đều trên mặt phẳng nghiêng với gia tốc  $\vec{a}_1$  mà  $a_1 = a$ .

- + Gia tốc  $\vec{a}_0$  của vật (đối với đất) là tổng vectơ của gia tốc  $\vec{a}_1$  của vật đối với mặt phẳng nghiêng và gia tốc  $\vec{a}$  của mặt phẳng nghiêng (đối với đất) :  $\vec{a}_0 = \vec{a}_1 + \vec{a}$ .

$$(H2) \Rightarrow a_0 = 2BH = 2a \sin \frac{\alpha}{2}.$$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**17** Một ô tô rời bến chuyển động nhanh dần đều (vận tốc đầu bằng không) với gia tốc  $a = 0,5m/s^2$ . Cần bao nhiêu thời gian để vận tốc đạt đến  $V = 36km/h$  và trong thời gian đó ô tô đã chạy được quãng đường là bao nhiêu ?

**Hướng dẫn**

$$+ \quad t = \frac{V - V_0}{a} = 20s \qquad + \quad S = \frac{1}{2}at^2 = 100m.$$

**43** Sau khi hãm phanh 10s thì đoàn tàu dừng lại cách chỗ hãm 135m. Tìm vận tốc lúc bắt đầu hãm và gia tốc của tàu.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} S = -\frac{1}{2}at^2 + V_0t \\ O = -V_0 + at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2.7(\text{m/s}^2) \\ V_0 = 27(\text{m/s}) \end{cases}$$

**49** Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái đứng yên và đi hết quãng đường trong thời gian  $t = 2\text{s}$ . Tính thời gian để vật đi được  $\frac{1}{2}$  quãng đường về cuối.

**Hướng dẫn**

+ Cả quãng đường :  $S = \frac{1}{2}at^2$

+  $\frac{1}{2}$  quãng đường đầu :  $\frac{S}{2} = \frac{1}{2}at_1^2$

+ Lập tỉ số :  $\frac{t}{t_1} = \sqrt{2}$

+ Thời gian cần tìm :  $t_2 = t - t_1 = 2 - \sqrt{2} \text{ s}$ .

**50** Chứng minh rằng trong chuyển động biến đổi đều hiệu những quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp là 1 lượng không đổi.

**Hướng dẫn**

$$S_2 - S_1 = at^2 = \text{const.}$$

**51** Chứng minh rằng trong chuyển động nhanh dần đều với vận tốc ban đầu, bằng không, những quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp chênh lệch nhau một lượng gấp đôi quãng đường đi được trong khoảng thời gian thứ nhất.

**Hướng dẫn**

Chứng minh :  $S_2 - S_1 = S_3 - S_2 = \dots = at^2 = 2S_1$ .

**52** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $V = 72\text{km/h}$  thì phát hiện một chướng ngại vật. Hỏi để không đụng vào chướng ngại vật này thì cần hãm phanh ở vị trí nào và thời gian hãm là bao lâu ? Biết rằng lúc hãm, xe bắt đầu chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = 5\text{m/s}^2$ .

**Hướng dẫn**

+  $S_0$  là khoảng cách từ chỗ hãm đến chướng ngại vật :

$$V^2 - V_0^2 = -2aS_0 \Rightarrow S_0 = 40\text{m}$$

+  $S > S_0 = 40\text{m}$ ;  $t > t_0 = 4\text{s}$ .

**53** Một thang máy chuyển động thẳng đứng xuống dưới từ vận tốc đầu bằng 0, được chia làm 3 giai đoạn :

- Giai đoạn 1 : Chuyển động nhanh dần đều trong thời gian  $t_1 = 4\text{s}$ , đạt vận tốc  $V = 4\text{m/s}$ .
- Giai đoạn 2 : Chuyển động thẳng đều trong thời gian  $t_2 = 5\text{s}$ .
- Giai đoạn 3 : Chuyển động chậm dần đều trong thời gian  $t_3 = 8\text{s}$  để cuối cùng dừng lại.

Tính vận tốc trung bình của thang máy trong chuyển động trên.

#### Hướng dẫn

$$\begin{aligned}
 + \quad a_1 &= \frac{V}{t_1} = 1 \text{ m/s}; & S_1 &= \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 8\text{m} \\
 + \quad S_2 &= Vt_2 = 20 \text{ (m)} \\
 + \quad a_3 &= \frac{V}{t_3} = 0,5 \text{ m/s}^2; & S_3 &= -\frac{1}{2} a_3 t_3^2 + Vt_3 = 16\text{m} \\
 + \quad V_{tb} &= \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} \approx 2,59 \text{ m/s.}
 \end{aligned}$$

**54** Một vật chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái đứng yên. Trong giây thứ 4 nó đi được 7m. Tính quãng đường nó đi được trong giây thứ 5.

#### Hướng dẫn

$$\begin{aligned}
 + \quad S_4 - S_3 &= 7 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \\
 + \quad S_5 - S_4 &= \frac{1}{2} a(5^2 - 4^2) = 9 \text{ (m).}
 \end{aligned}$$

**Loại 3 :**

### TÌM VỊ TRÍ VÀ THỜI ĐIỂM GẶP NHAU CỦA 2 (HOẶC 1 TRONG 2) ĐỘNG TỬ CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

#### 1. Thiết lập phương trình chuyển động

- + Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục và gốc tọa độ} \\ \bullet \text{ Chiều dương} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian} \end{array} \right.$
- + Phương trình chuyển động biến đổi đều :

$$x = \frac{1}{2} a_x (t - t_0)^2 + V_{ox} (t - t_0) + x_0$$

#### 2. Tìm vị trí và lúc gặp nhau

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t \text{ và } x$$

## BÀI TẬP MẪU

### TÌM VỊ TRÍ VÀ THỜI ĐIỂM GẶP NHAU CỦA 2 CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

**55** Một người đi xe đạp lên dốc chậm dần đều với vận tốc đầu là  $V_1 = 18\text{km/h}$ . Cùng lúc người khác cũng đi xe đạp xuống dốc nhanh dần đều với vận tốc đầu là  $V_2 = 3,6\text{km/h}$ . Độ lớn gia tốc của hai xe bằng nhau và bằng  $a = 0,2\text{m/s}^2$ . Khoảng cách ban đầu của hai xe là  $S = 120\text{m}$ .

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe với cùng gốc tọa độ, gốc thời gian và chiều dương.

b) Tìm vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau.

*Giải*

- + Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Gốc tọa độ là vị trí ban đầu của xe xuống dốc (B)} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ B} \rightarrow \text{A} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian là lúc hai xe khởi hành.} \end{array} \right.$

a) *Lập phương trình chuyển động của hai xe :*

+ Phương trình chuyển động :

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

+ Đối với xe lên dốc : 
$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = \overline{BA} = 120\text{m} \\ V_{0x} = -V_1 = -18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = -5\text{m/s} \\ a_x = 0,2\text{m/s}^2 \end{array} \right.$$

$$\text{nên } x_1 = 120 - 5t + 0,1t^2\text{m}$$

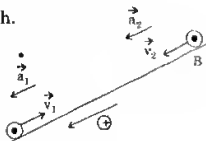
+ Đối với xe xuống dốc : 
$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ V_{0x} = V_2 = 1\text{m/s} \text{ nên } x_2 = t + 0,1t^2\text{m} \quad (*) \\ a_x = 0,2\text{m/s}^2 \end{array} \right.$$

b) *Vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau :*

+  $x_1 = x_2$  :  $120 - 5t + 0,1t^2(\text{m}) = t + 0,1t^2 \Rightarrow t = 20\text{s}$

+ (\*)  $\Rightarrow x_2 = 20 + 0,1 \times 20^2 = 60(\text{m})$

Chỗ gặp nhau cách B 60(m).



### KHOẢNG CÁCH 2 Ô TÔ CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

**56** Hai ô tô đi qua hai điểm A và B cùng lúc và ngược chiều để gặp nhau. Ô tô thứ nhất qua A với vận tốc  $V_1 = 36\text{km/h}$ , chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a_1 = 2\text{m/s}^2$ . Ô tô thứ hai qua B với vận tốc  $V_2 = 72\text{km/h}$  chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a_2 = 2\text{m/s}^2$ . Biết  $AB = 300\text{m}$ .

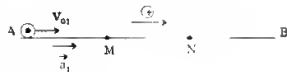


1. Tính khoảng cách hai xe trước lúc gặp nhau theo  $t$ .

2. Hai xe gặp nhau ở vị trí nào ?

### Giải

1. Khoảng cách hai xe theo  $t$  :



- + Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Gốc tọa độ ở A} \\ \bullet \text{ Chiều dương từ A} \rightarrow \text{B} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian : lúc 2 xe qua A và B} \end{array} \right.$

+ Phương trình chuyển động :  $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + V_{ox} t + x_0$

+ Đối với ô tô I :  $\left\{ \begin{array}{l} a_x = 2 \text{ m/s}^2 \\ V_{ox} = 10 \text{ m/s} \\ x_0 = 0 \end{array} \right.$  nên  $x_1 = t^2 + 10t \text{ (m)}$  (\*)

+ Đối với ô tô II :  $\left\{ \begin{array}{l} a_x = 2 \text{ m/s}^2 \\ V_{ox} = -20 \text{ m/s} \\ x_0 = \overline{AB} = 300 \text{ (m)} \end{array} \right.$  nên  $x_2 = t^2 - 20t + 300 \text{ (m)}$

+ Trước lúc gặp nhau ô tô I đến M thì ô tô II đến N, khoảng cách hai xe là :

$$l = \overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM} = x_2 - x_1 = t^2 - 20t + 300 - t^2 - 10t$$

$$l = -30t + 300 \text{ (m)} \quad (\text{ĐK : } l > 0 \Rightarrow t < 10\text{s})$$

2. Vị trí hai xe gặp nhau :

$$2 \text{ xe gặp nhau : } l = -30t + 300 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ (s)}$$

$$(*) \Rightarrow x_1 = \overline{AM} = 10^2 + 10 \cdot 10 \Rightarrow \overline{AM} = 200 \text{ m.}$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**57** Viên bi thứ nhất đang lăn với gia tốc  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$  và dừng lúc đạt vận tốc  $1 \text{ m/s}$  thì viên bi thứ hai bắt đầu lăn cùng chiều, sau đó  $2 \text{ s}$  chúng gặp nhau.

a) Tính vận tốc viên bi thứ hai lúc gặp viên bi thứ nhất.

b) Bao lâu sau khi gặp, chúng cách nhau  $l = 1,5 \text{ m}$ .

### Hướng dẫn

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = t^2 + t \\ x_2 = \frac{1}{2} a t^2 \end{array} \right\} x_1 = x_2 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$+ V_2 = at = 6 \text{ (m/s)}$$

$$b) \quad x_2 - x_1 = l \Rightarrow t = 3 \text{ s : sau khi gặp } 1 \text{ s chúng cách nhau } 1,5 \text{ m.}$$

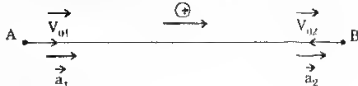
**58** Cùng một lúc qua hai điểm A, B cách nhau  $d = 400\text{m}$  có hai xe chạy ngược chiều để gặp nhau.

- Xe I chuyển động nhanh dần đều, vận tốc lúc qua A là  $V_{01} = 36\text{km/h}$
  - Xe II chuyển động chậm dần đều, vận tốc lúc qua B là  $V_{02} = 54\text{km/h}$ .
- Biết hai xe có cùng độ lớn gia tốc.

a) Tính khoảng cách hai xe sau thời gian  $t = 10\text{s}$  kể từ lúc qua A và B (Biết xe II chỉ dừng lại với  $t > 10\text{s}$ )

b) Vận tốc của xe I đối với xe II có phụ thuộc theo thời gian không? Tính độ lớn vận tốc ấy.

**Hướng dẫn**



a) + Chọn : Gốc tọa độ ở A :

Gốc thời gian là lúc hai xe qua A và B.

$$+ x_1 = \frac{1}{2} a_{1x} t^2 + V_{01x} t = \frac{1}{2} a t^2 + V_{01} t$$

$$x_2 = \frac{1}{2} a_{2x} t^2 + V_{02x} t + x_0 = \frac{1}{2} a t^2 - V_{02} t + AB$$

$$+ l = |x_1 - x_2| = |(V_{01} + V_{02})t - AB| = 150 \text{ (m)}.$$

$$b) + \vec{V}_{12} = \vec{V}_{13} + \vec{V}_3$$

$$+ V_{12x} = V_{13x} - V_{23x} = V_{1x} - V_{2x} = V_1 - V_2$$

$$+ \text{Với } V_1 = at + V_{01}$$

$$V_2 = at - V_{02} \text{ nên : } V_{12x} = V_{01} + V_{02} = 25\text{m/s}.$$



#### Loại 4 : ĐỒ THỊ CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

##### 1. Đồ thị gia tốc

Là đường thẳng song song với trục thời gian biểu diễn :  $a = \text{const}$

##### 2. Đồ thị vận tốc

Là đường thẳng biểu diễn :  $V_x = ax \cdot t + V_{0x}$

- Hai đồ thị song song : hai chuyển động cùng gia tốc.
- Vị trí hai đồ thị cắt nhau : hai chuyển động có cùng vận tốc
- Giao điểm của đồ thị với trục  $t$  : Vật dừng lại.

##### 3. Đồ thị tọa độ

Là đường Parabol biểu diễn :  $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + V_{0x} t + x_0$

- Giao điểm hai đồ thị : hai vật gặp nhau.

## BÀI TẬP MẪU

### ĐỒ THỊ VẬN TỐC

**59** Một xe đang chuyển động với vận tốc 54km/h thì hãm phanh, sau đó xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $2\text{m/s}^2$ .

- Tính vận tốc 5s sau lúc hãm phanh.
- Vẽ đồ thị vận tốc theo t.
- Dựa trên đồ thị xác định thời gian kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng.

#### Giải

- Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Trục tọa độ là quỹ đạo chuyển động với chiều dương là chiều chuyển động} \\ \bullet \text{ Gốc tọa độ: chỗ hãm phanh.} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian : lúc hãm} \end{array} \right.$



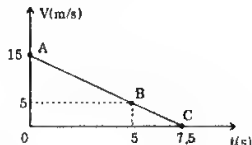
a) Vận tốc sau 5s :  $V_x = V_{0x} + a_x \cdot t = V_0 - a \cdot t = 15 - 2.5 = 5 \text{ (m/s)}$ .

b) Đồ thị vận tốc :

Đồ thị vận tốc là đường thẳng qua

+ A(t = 0; V = 15m/s)

+ B(t = 5s; V = 5m/s)



c) Thời gian để xe dừng :

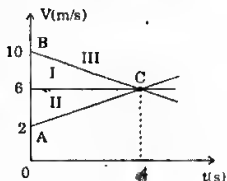
Đồ thị vận tốc cắt trục t tại C với t = 7,5s

- Vậy sau thời gian 7,5s kể từ lúc hãm phanh xe dừng lại.

### DỰA TRÊN ĐỒ THỊ VẬN TỐC NÊU TÍNH CHẤT CHUYỂN ĐỘNG

**60** Các đường I, II, III là đồ thị vận tốc chuyển động của ba vật.

- Hãy mô tả tính chất chuyển động của mỗi vật.
- Lúc nào thì ba vật có cùng vận tốc và vận tốc ấy bằng bao nhiêu ?
- Xác định gia tốc và biểu thức vận tốc theo t.



#### Giải

a) Tính chất chuyển động của ba vật :

- Đường I song song với trục t : chuyển động thẳng đều.
- Đường II là đường thẳng có vận tốc tăng đều : chuyển động nhanh dần đều.
- Đường III là đường thẳng và vận tốc giảm dần : chuyển động chậm dần đều.

b) Ba vật có cùng vận tốc :

Ba đồ thị giao nhau C ( $t = 4s$ ;  $v = 6m/s$ ). Vậy lúc  $t = 4s$  ba vật cùng vận tốc  $V = 6m/s$ .

c) Gia tốc và biểu thức vận tốc :

• Vật I :  $a_1 = 0 \rightarrow V_{1x} = 6m/s$

• Vật II :  $a_{2x} = \frac{V_x - V_{0x}}{t - t_0} = \frac{6 - 2}{4 - 0} = 1m/s^2$

$$V_{2x} = a_{2x}t + V_{02x} = t + 2m/s$$

• Vật III :  $a_{3x} = \frac{V_x - V_{0x}}{t - t_0} = \frac{6 - 10}{4 - 0} = -1m/s^2$

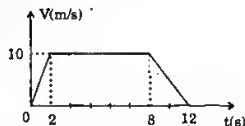
$$V_{3x} = a_{3x}t + V_{03x} = -t + 10m/s.$$

## TỪ ĐỒ THỊ VẬN TỐC SUY RA ĐỒ THỊ GIA TỐC VÀ ĐỒ THỊ TỌA ĐỘ

**B1** Một vật chuyển động có đồ thị vận tốc như hình vẽ :

a) Lập phương trình chuyển động của vật.

b) Vẽ đồ thị gia tốc và đồ thị tọa độ theo thời gian.



**Giải**

a) Phương trình chuyển động :

Chọn gốc tọa độ là vị trí bắt đầu chuyển động.

•  $0 \leq t \leq 2s$  :

+ Đồ thị vận tốc là đoạn thẳng ứng với vận tốc tăng dần nên là chuyển động nhanh dần đều với :

$$a_{1x} = \frac{V_{1x} - V_{01x}}{t_1 - t_{01}} = \frac{10 - 0}{2 - 0} = 5(m/s^2)$$

+ Và :  $x_1 = \frac{1}{2}a_{1x}t^2 + V_{01}t + x_0 = 2,5t^2 \text{ m}$

•  $2 \leq t \leq 8(s)$

+ Đồ thị vận tốc là đoạn thẳng song song với trục  $t$  nên là chuyển động thẳng đều :

$$x_2 = V_{02}(t - t_{02}) + x_{02} = 10(t - 2) + 10 \quad (\text{vì lúc } t = 2s \text{ thì } x_1 = 2,5 \cdot 2^2 = 10m)$$

$$x_2 = 10t - 10m \quad \text{và lúc } t = 8s \text{ thì } x_2 = 10 \cdot 8 - 10 = 70m$$

•  $8 \leq t \leq 12s$

Đồ thị vận tốc là đoạn thẳng hướng xuống nên là chuyển động chậm dần đều :

$$x_3 = \frac{1}{2}a_{3x}(t - t_{03})^2 + V_{03}(t - t_{03}) + x_{03}$$

$$a_3 = \frac{0 - 10}{12 - 8} = -2,5 \text{ m/s}^2$$

Với :  $\begin{cases} t_{03} = 8\text{s} \\ V_{03} = 10 \text{ m/s} \\ x_0 = 70\text{m} \end{cases}$  nên  $x_3 = -1,25(t - 8)^2 + 10(t - 8) + 70$

$$x_3 = -1,25t^2 + 30t - 90\text{m}$$

Tóm lại phương trình chuyển động của vật :

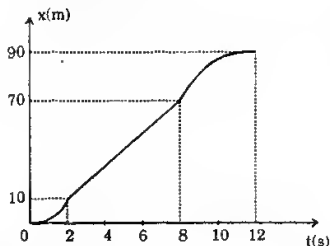
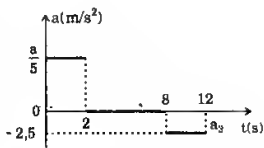
$$\begin{cases} x_1 = 2,5t^2(\text{m}) & \text{với } 0 \leq t \leq 2\text{s} \\ x_2 = 10t - 10(\text{m}) & \text{với } 2 \leq t \leq 8\text{s} \\ x_3 = -1,25t^2 + 30t - 90(\text{m}) & \text{với } 8 \leq t \leq 12\text{s} \end{cases}$$

b) Đồ thị gia tốc và đồ thị tọa độ :

• Đồ thị gia tốc là các đường thẳng song song với trục t.

• Đồ thị tọa độ :

+ Là đường parabol có bề lõm hướng về  $x > 0$  với chuyển động nhanh dần đều ( $0 \leq t \leq 2\text{s}$ ).

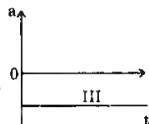
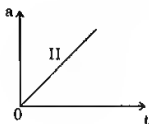
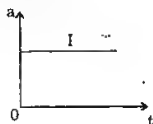


+ Là đường thẳng parabol có bề lõm hướng về  $x < 0$  với chuyển động chậm dần đều ( $8 \leq t \leq 12\text{s}$ ).

+ Là đoạn thẳng ( $2 \leq t \leq 8\text{s}$ ).

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

62 Hình vẽ sau đây là các đồ thị gia tốc của các vật chuyển động với chiều dương của trục tung trùng với chiều chuyển động. Hãy xác định tính chất các chuyển động này.



**ĐS :** I. Nhanh dần đều.

II. Nhanh dần (nhưng không đều) với  $a$  tăng dần.

III. Chậm dần đều.

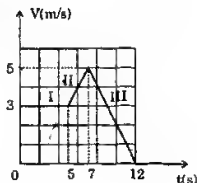
**63** Hình vẽ sau đây là đồ thị vận tốc thời gian của 1 vật chuyển động.

a) Hãy nêu tính chất chuyển động của từng giai đoạn.

b) Tính gia tốc.

c) Lập biểu thức vận tốc và tọa độ theo  $t$ .

d) Tính quãng đường đi được trong mỗi giai đoạn.



*Hướng dẫn*

a) I : Thăng đều

II : Nhanh dần đều

III : Chậm dần đều.

b) I :  $a_1 = 0$

II :  $a_{2x} = 1\text{m/s}^2$

III :  $a_{3x} = -1\text{m/s}^2$

c) I : •  $V_{1x} = 3\text{m/s (const)}$

•  $x_1 = 3\text{tm} \quad (0 \leq t \leq 5\text{s})$

II. •  $V_{2x} = a_{2x}(t - t_{02}) + V_{02} = t - 2 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (5 \leq t \leq 7\text{s})$

•  $x_2 = \frac{1}{2} a_{2x}(t - t_{02})^2 + V_{02}(t - t_{02}) + x_{02} = \frac{1}{2} t^2 - 2t + 12,5 \text{ (m)} \quad (5 \leq t \leq 7\text{s})$

III. •  $V_{3x} = a_{3x}(t - t_{03}) + V_{03} = -t + 12 \text{ (m/s)}$

•  $x_3 = \frac{1}{2} a_{3x}(t - t_{03})^2 + V_{03}(t - t_{03}) + x_{03} = -\frac{t^2}{2} + 12t - 36,5 \text{ (m)} \quad (7 \leq t \leq 12\text{s})$

d) •  $S_1 = 15 \text{ (m)}$

•  $S_2 = |S_{2x}| = \left| \frac{1}{2} a_{2x}(t - t_{02})^2 + V_{02}(t - t_{02}) \right| = 8\text{m}$

•  $S_3 = |S_{3x}| = \left| \frac{1}{2} a_{3x}(t - t_{03})^2 + V_{03}(t - t_{03}) \right| = 12,5\text{m}$

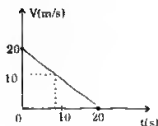
**64** Một ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì hãm phanh, chạy chậm dần đều, sau đó 10s vận tốc giảm xuống còn 36km/h.

a) Vẽ đồ thị vận tốc - thời gian.

b) Dựa vào đồ thị tìm xem sau bao lâu xe dừng lại.

**ĐS :** a) Đồ thị vận tốc :

b)  $V = 0 : t = 20\text{s}$ .



**65 a)** Hãy vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đồ thị vận tốc thời gian của hai vật chuyển động như sau :

- Vật I : chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a_1 = 1\text{m/s}^2$ , vận tốc đầu (lúc  $t = 0$ ) và  $2\text{m/s}$

- Vật II : chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a_2 = 2\text{m/s}^2$ , vận tốc đầu (lúc  $t = 0$ ) là  $8\text{m/s}$ .

b) Lúc nào thì hai vật có cùng vận tốc và đến lúc đó mỗi vật đã đi được quãng đường bao nhiêu ?

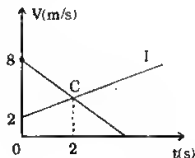
### Hướng dẫn

a) Đồ thị vận tốc : (hình bên)

b) + Hai đồ thị vận tốc cắt nhau ở C với  $t = 2\text{s}$ .

$$+ S_1 = |S_{1x}| = \left| \frac{1}{2} a_{1x} t^2 + V_{01x} t \right| = 6\text{m}$$

$$S_2 = |S_{2x}| = \left| \frac{1}{2} a_{2x} t^2 + V_{02x} t \right| = 12\text{m}.$$



**Loại 5 :**

### SỰ RƠI TỰ DO

#### 1. Định nghĩa

Sự rơi của các vật trong chân không (chỉ chịu tác dụng của trọng lực) gọi là sự rơi tự do.

#### 2. Phương của sự rơi : thẳng đứng.

#### 3. Tính chất : Chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $\vec{g}$ .

#### 4. Gia tốc $\vec{g}$

- Phương thẳng đứng
- Chiều từ trên xuống
- Độ lớn  $g \approx 9,81\text{m/s}^2$

#### 5. Công thức

$$V_x = g_x(t - t_0)$$

$$x = \frac{1}{2} g_x(t - t_0)^2 + x_0 + V_{0x}(t - t_0)$$

$$S_x = x - x_0 = \frac{1}{2} g_x(t - t_0)^2$$

$$V_x^2 = 2g_x \cdot S_x$$

## TÍNH THỜI GIAN RƠI VÀ VẬN TỐC CUỐI

**66** Một vật rơi tự do. Trong 4s cuối cùng rơi được 320m. Tính :

- a) Thời gian rơi.  
b) Vận tốc cuối cùng. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

a) Thời gian rơi :

- Chọn : + Chiều dương hướng xuống.
- + Góc tọa độ chỗ bắt đầu rơi.
- + Góc thời gian : lúc bắt đầu rơi,

• Quãng đường rơi : 
$$h = |S_x| = \frac{1}{2} g_x t^2 = \frac{1}{2} g t^2$$

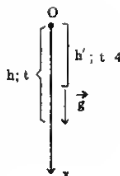
$$h' = |S'_x| = \frac{1}{2} g_x (t - 4)^2 = \frac{1}{2} g (t - 4)^2$$

• Theo đề :  $h - h' = 320$

$$\frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} g (t - 4)^2 = 320 \quad \Rightarrow \quad t = 10\text{s}.$$

b) Vận tốc cuối cùng :  $V_x = g_x \cdot t = g \cdot t$

$$V_x = 10 \times 10 = 100\text{m/s}.$$



## VẬN TỐC TRUNG BÌNH CỦA CHUYỂN ĐỘNG RƠI TỰ DO

**67** Trong chuyển động rơi tự do không vận tốc đầu, vận tốc trung bình của vật trong giây cuối cùng lớn gấp đôi vận tốc trung bình của nó trong giây liền trước đó. Hỏi thời gian vật rơi. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

+ Vận tốc trung bình trong giây cuối và trong giây liền trước đó lần lượt :

$$V_{tb} = \frac{V_2 + V_3}{2}; \quad V'_{tb} = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (\text{xem bài 43})$$

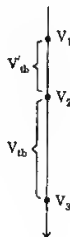
+ Theo đề :  $V_{tb} = 2V'_{tb}$

$$\frac{V_2 + V_3}{2} = 2 \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \Rightarrow \quad V_3 = 2V_1 + V_2 \quad (1)$$

+ Mặt khác : (2) 
$$\begin{cases} V_2 = V_1 + g & (t = 1\text{s}) \\ V_3 = V_1 + 2g & (t = 2\text{s}) \end{cases}$$

+ (1) và (2) cho :  $V_1 = \frac{g}{2} \quad \Rightarrow \quad V_3 = 2,5g$

+ Mà :  $V_3 = g \cdot t \quad \Rightarrow \quad 2,5g = g \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = 2,5\text{s}.$





## VẬT RƠI TỰ DO

**68** Một thước dài  $l = 50\text{cm}$  được treo bằng một sợi dây gắn sát tường thẳng đứng. Mép dưới B của thước phải cách lỗ sáng O trên tường nằm trên đường thẳng đứng với thước khoảng  $h$  là bao nhiêu để thước che khuất lỗ sáng trong thời gian  $t_0 = 0,1\text{s}$  (hình vẽ). Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



**Giải**

- + Khi mép dưới vừa đến lỗ sáng O :  $V = \sqrt{2gh}$
- + Thước che khuất lỗ trong thời gian mép dưới chuyển động hết đoạn  $l$  :

$$l = \frac{1}{2}gt_0^2 + Vt_0 = \frac{1}{2}gt_0^2 + \sqrt{2gh} \times t_0$$

$$\sqrt{2gh} \times t_0 = l - \frac{1}{2}gt_0^2$$

$$h = \frac{1}{2g} \left( \frac{l - \frac{1}{2}gt_0^2}{t_0} \right)^2 = \frac{1}{2 \times 10} \left( \frac{0,5 - \frac{1}{2} \times 10 \cdot 0,1^2}{0,1} \right)^2$$

$$h = 1,0125\text{m}.$$



## CHUYỂN ĐỘNG CỦA 2 VẬT RƠI TỰ DO

**69** Từ tầng nhà cao 80m ta thả một vật rơi tự do. Một giây sau đó ta ném thẳng đứng xuống dưới một vật khác thì hai vật chạm đất cùng lúc. Tính :

- a) Vận tốc ban đầu ta đã truyền cho vật thứ II.
- b) Vận tốc mỗi vật khi chạm đất. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$

**Giải**

a) Vận tốc ban đầu của vật II

Chọn chiều + hướng xuống

$$+ \text{ Vật I : } h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\text{s}$$

$$+ \text{ Vật II : } h = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + V_0(t-1)$$

$$80 = \frac{1}{2} \cdot 10(4-1)^2 + V_0 \cdot 3 \Rightarrow V_0 = \frac{35}{3} \approx 11,67\text{ m/s}.$$

b) Vận tốc 2 vật khi chạm đất :

$$+ V_1 = g \cdot t = 10 \times 4 \Rightarrow V_1 = 40\text{m/s}$$

$$+ V_2 = g(t-1) + V_0 = 10(4-1) + \frac{35}{3} \Rightarrow V_2 \approx 41,67\text{m/s}.$$

## LẬP PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RƠI TỰ DO

**70** Người ta thả một vật rơi tự do từ đỉnh tháp cao. Sau đó 1s và thấp hơn chỗ thả vật trước 15m ta thả tiếp vật thứ II. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi vật với cùng gốc tọa độ và gốc thời gian.

b) Định vị trí hai vật gặp nhau và vận tốc mỗi vật lúc đó.

*Giải*

a) *Lập phương trình chuyển động của mỗi vật :*

$$+ \text{Chọn} \quad \begin{cases} \bullet \text{ Gốc tọa độ là chỗ thả vật I} \\ \bullet \text{ Chiều dương hướng xuống} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian : lúc thả vật I} \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động :

$$\text{Vật I : } x_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2(\text{m}) \quad (1)$$

$$\text{Vật II : } x_2 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + x_0 = 5t^2 - 10t + 20(\text{m})$$

b) *Vị trí và vận tốc lúc gặp nhau :*

+ Gặp nhau :  $x_1 = x_2$

$$5t^2 = 5t^2 - 10t + 20 \Rightarrow t = 2(\text{s})$$

$$(1) \Rightarrow x_1 = 20\text{m} \quad (\text{cách chỗ thả vật I } 20\text{cm})$$

+ Vận tốc :  $V_1 = gt = 10 \times 2 = 20\text{m/s}$

$$V_2 = g(t-1) = 10(2-1) = 10\text{m/s}$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**71** Tính đường đi của 1 vật rơi tự do trong giây thứ tư kể từ lúc thả.

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS : } h = \frac{1}{2}g(4^2 - 3^2) = 35\text{m}.$$

**72** Một vật được thả từ độ cao nào để vận tốc của nó khi chạm đất là  $20\text{m/s}$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS : } h = \frac{V^2}{2g} = 20\text{m}.$$

**73** Thả một hòn đá xuống giếng sâu. Sau 4,25s kể từ lúc thả, ta nhận được âm phát ra từ đáy giếng. Hỏi độ sâu của giếng. Coi vật rơi tự do và vận tốc truyền âm trong không khí là  $V = 320\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \bullet \frac{1}{2}gt_1^2 = V \cdot t_2 \\ \bullet t_1 + t_2 = 4,25 \end{cases} \Rightarrow t_1 = 4s; \quad h = 80m.$$

**74** Một người ngồi trong toa tàu đang chuyển động với gia tốc  $a = 3m/s^2$  ném ngang 1 vật. Tính gia tốc của vật đối với toa tàu. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \vec{a}_{\text{vật/tàu}} = \vec{g}_{\text{vật/đất}} + \vec{a}_{\text{đs/tàu}} = \vec{g} - \vec{a} \\ \text{và } \vec{g} \perp \vec{a} \end{cases} \Rightarrow a_{\text{vật/tàu}} = \sqrt{g^2 + a^2} \approx 10,44m/s^2.$$

**75** Từ đỉnh tháp đủ cao, vật I được thả rơi tự do. Sau đó 1s và ở thấp hơn 10m, vật II được thả rơi. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

- Sau bao lâu chúng gặp nhau.
- Lúc gặp nhau vận tốc vật I đối với II là bao nhiêu?

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2}gt^2 &= \frac{1}{2}g(t-1)^2 + 10 \Rightarrow t = 1,5s \\ \text{b) } V_1 &= gt = 15m/s; \quad V_2 = g(t-1) = 5m/s; \quad V_{12} = V_1 - V_2 = 10m/s. \end{aligned}$$

## Chủ đề III

### CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

#### I. Định nghĩa

Chuyển động tròn đều là chuyển động mà quỹ đạo là một đường tròn và vật đi được những quãng đường như nhau trong những khoảng thời gian bất kì bằng nhau.

#### II. Vận tốc

$$\vec{V} \begin{cases} \bullet \text{ Phương : trùng với phương tiếp tuyến quỹ đạo} \\ \bullet \text{ Chiều : Chiều của chuyển động} \\ \bullet \text{ Độ lớn : } V : \text{Const} \end{cases}$$

#### III. Gia tốc

$$\vec{a} \begin{cases} \bullet \text{ Hướng : tâm} \\ \bullet \text{ Độ lớn : } a = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

#### IV. Vận tốc góc - chu kì quay

$$+ \text{ Vận tốc góc : } \omega = 2\pi.n$$

$$+ \text{ Chu kì quay : } T = \frac{1}{n}$$

$$+ \text{ Liên hệ : } \omega = \frac{V}{R} = 2\pi \cdot n = \frac{2\pi}{T}$$

## BÀI TẬP MẪU

### VỆ TINH NHÂN TẠO

**76** Một vệ tinh nhân tạo bay tròn đều quanh trái đất với vận tốc  $V = 8\text{km/s}$  và cách mặt đất  $h = 600\text{km}$ . Tính :

- a) Chu kì quay của vệ tinh.                      b) Gia tốc hướng tâm.  
 \* Biết bán kính trái đất là  $R = 6400\text{km}$ .

*Giải*

a) Chu kì quay của vệ tinh :

$$\bullet \text{ Vận tốc góc : } \omega = \frac{V}{R+h} \quad \text{với} \quad \begin{cases} V = 8 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ R+h = 6,4 \cdot 10^6 + 0,6 \cdot 10^6 = 7 \cdot 10^6 \text{m} \end{cases}$$

$$\text{nên : } \omega = \frac{8 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^6} = \frac{8}{7} \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\bullet \text{ Chu kì quay } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{8}{7} \cdot 10^{-3}} = 5495(\text{s})$$

$$T = 1 \text{ giờ } 31 \text{ phút } 35 \text{ giây.}$$

b) Gia tốc hướng tâm :

$$a = \frac{V^2}{(R+h)} = \frac{(8 \cdot 10^3)^2}{7 \cdot 10^6} = 9,14 \text{m/s}^2.$$

### GIA TỐC HƯỚNG TÂM TẠI MỘT ĐIỂM TRÊN VÀNH BÁNH XE

**77** Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc  $V = 72\text{km/h}$ . Tính vận tốc góc và gia tốc hướng tâm tại một điểm trên vành bánh xe, biết bán kính bánh xe là  $R = 25\text{cm}$ .

*Giải*

+ Vận tốc ô tô cũng là vận tốc dài của 1 điểm trên vành bánh xe :

$$V = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20\text{m/s}$$

$$+ \text{ Vận tốc góc : } \omega = \frac{V}{R} = \frac{20}{0,25} = 80 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$+ \text{ Gia tốc hướng tâm : } \vec{a} = \frac{V^2}{R} = \frac{(20)^2}{0,25} = 1600 \text{ m/s}^2.$$

### SO SÁNH GIA TỐC HƯỚNG TÂM

**78** Một bánh xe quay đều với vận tốc góc 5 vòng/s. Bán kính bánh xe là 30cm.

- Tính vận tốc dài và gia tốc hướng tâm của một điểm trên vành bánh xe.
- So sánh gia tốc hướng tâm ở một điểm trên vành bánh xe và trung điểm bán kính bánh xe.

*Giải*

a) Vận tốc dài và gia tốc hướng tâm:

$$+ \text{ Vận tốc góc : } \omega = 5 \frac{\text{vòng}}{\text{s}} = 5.2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$+ \text{ Vận tốc dài : } V = \omega.R = 10\pi \times 30 = 942 \text{ cm/s} = 9,42 \text{ m/s}$$

b) So sánh gia tốc hướng tâm :

$$\left. \begin{array}{l} + \text{ Một điểm trên vành : } V = \omega R \\ + \text{ Trung điểm bán kính : } V' = \omega \frac{R}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V}{V'} = 2 \quad (1)$$

(các điểm này đều có cùng vận tốc góc  $\omega$ )

$$\begin{array}{l} + \quad a = \frac{V^2}{R} \\ \quad a' = \frac{V'^2}{R/2} \end{array} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \left( \frac{V}{V'} \right)^2 \times \left( \frac{R}{\frac{R}{2}} \right) \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } \frac{a}{a'} = 2.$$

### VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU SAU ĐÓ ĐỨT DÂY

**79** Một sợi dây không đàn có chiều dài  $l = 1\text{m}$ , khối lượng không đáng kể, một đầu giữ cố định ở O cách mặt đất 25m, còn đầu kia buộc vào viên bi nặng. Cho viên bi quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc góc  $\omega = 20\text{rad/s}$ . Khi dây nằm ngang và vật đi xuống thì dây đứt. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- Viết phương trình tọa độ theo thời gian của viên bi sau khi dây đứt.
- Tính thời gian để viên bi chạm đất và vận tốc lúc chạm đất.

*Giải*

Lúc dây nằm ngang thì viên bi có vận tốc  $\vec{V}_0$ .

$$\vec{V}_0 \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Hướng thẳng đứng xuống dưới} \\ \bullet V_0 = l\omega = 20\text{m/s} \end{array} \right.$$

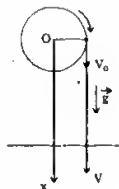
Sau khi dây đứt vật sẽ chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $\vec{g}$  và vận tốc đầu  $\vec{V}_0$ .

a) Phương trình chuyển động :

- + Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Gốc tọa độ : } 0 \\ \bullet \text{ Chiều dương : hướng xuống} \\ \bullet \text{ Gốc } t : \text{lúc dây đứt} \end{array} \right.$

+ Phương trình tọa độ - thời gian :

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t = 5t^2 + 20t \text{ (m)} \quad (*)$$



b) Thời gian và vận tốc chạm đất :

$$(*) \Rightarrow 25 = 5t^2 + 20t \Rightarrow t^2 + 4t - 5 = 0$$

Chỉ nhận  $t = 1s$

$$\text{Và : } V = gt + V_0 = 10t + 20 = 10.1 + 20 = 30\text{m/s.}$$

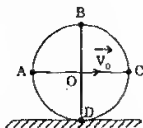
### VẬN TỐC TỨC THỜI CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN VÀNH BÁNH XE

**80** Một bánh xe bán kính  $R$  lăn đều không trượt trên đường nằm ngang. Vận tốc của trục bánh xe là  $V_0$ .

a) Chứng tỏ rằng vận tốc dài  $\vec{V}$  của chuyển động tròn đều của bánh xe có độ lớn là  $V = V_0$ .

b) Hãy xác định vectơ vận tốc các điểm A, B, C trên vành bánh xe tại thời điểm như hình vẽ.

**Chú ý :** Chuyển động của bánh xe tại mỗi thời điểm là tổng hợp của hai chuyển động xảy ra đồng thời : Chuyển động tịnh tiến với vận tốc  $\vec{V}_0$  và chuyển động quay tròn.



**Giải**

a) Chứng tỏ  $V = V_0$  :

Gọi  $T$  là chu kì quay của bánh xe thì vận tốc

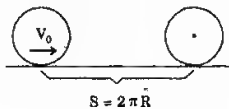
$$\text{đài của chuyển động quay : } V = \frac{2\pi R}{T} \quad (1)$$

Trong thời gian  $T$  đó trục đã chuyển động thẳng đều được quãng đường  $S$  bằng chu vi bánh xe nên vận tốc  $V_0$  của trục :  $V_0 = \frac{2\pi R}{T}$  (2)

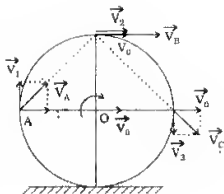
(1) và (2) :  $V = V_0$ .

b) Xác định  $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C$  :

+ Theo chú ý thì :  $\vec{V}_A = \vec{V}_1 + \vec{V}_0$



- H/Vẽ cho :  $\vec{V}_A$  có
- Giá : AB
  - Chiều : A  $\rightarrow$  B
  - Độ lớn :  $V_A = V_0\sqrt{2}$
- +  $\vec{V}_B = \vec{V}_2 + \vec{V}_0$
- H/Vẽ  $\Rightarrow \vec{V}_B$  có
- Giá Bx //  $\vec{V}_0$
  - Chiều : Chiều của  $\vec{V}_0$
  - Độ lớn :  $V_B = 2V_0$
- +  $\vec{V}_C = \vec{V}_3 + \vec{V}_0$
- H/Vẽ  $\Rightarrow \vec{V}_C$  có
- Giá : BC
  - Chiều : Từ B  $\rightarrow$  C
  - Độ lớn :  $V_C = V_0\sqrt{2}$



## HAI NGƯỜI ĐỨNG TRÊN SÀN QUAY NÉM BÓNG

**81** Hai em bé đứng trên một sàn tròn nằm ngang bán kính  $R$ , quay quanh trục thẳng đứng đi qua tâm hình tròn với vận tốc góc  $\omega$ , em A đứng ở tâm, em B đứng ở mép sàn. Hai em hể ném cho nhau hống với vận tốc  $V$ , bóng bay song song với sàn. Hai em phải ngắm ném như thế nào để hống trúng người hạn. Biện luận.

**Giải**

a) Phương ném của A :

- + Thời gian bóng bay từ A tới mép sàn :  $t = \frac{R}{v}$
- + Trong thời gian đó B đã dịch đến B' mà :  $\widehat{BB'} = V.t$   
Với  $V$  là vận tốc dài của B :

$$V = \omega R \text{ nên } \widehat{BB'} = \omega R.t = \omega R. \frac{R}{v} = \frac{\omega R^2}{v}$$

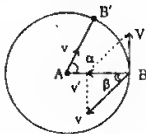
- + Phương ném là AB' xác định bởi :  $\alpha = \frac{\widehat{BB'}}{R} = \frac{R\omega}{v}$

b) Phương ném của B :

- + Theo phép cộng vận tốc :  $\vec{V}_{\text{bóng}/A} = \vec{V}_{\text{bóng}/B} + \vec{V}_{B/A}$   
$$\vec{V}' = \vec{v} + \vec{V}$$

- + Để bóng ném trúng A thì  $\vec{V}'$  phải có giá là BA và chiều từ B  $\rightarrow$  A; còn  $\vec{V}$  tiếp tuyến với quỹ đạo tròn của B. Vậy  $\vec{v}$  phải có phương và chiều như hình vẽ.

- + Hình vẽ cho :  $\sin \beta = \frac{V}{v} = \frac{\omega R}{v}$



$$+ \text{Biện luận : } \sin \beta = \frac{\omega R}{v} < 1 \Rightarrow \omega < \frac{v}{R}.$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**82** Xác định vận tốc góc và vận tốc dài của một điểm nằm trên vành đĩa, biết bán kính đĩa là  $R = 20\text{cm}$  và chu kì quay là  $T = 0,2\text{s}$ .

$$\text{ĐS : } + \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 31,4 \text{ rad/s} \quad + \quad V = \omega R = 6,28 \text{ m/s}.$$

**83** Một bánh xe ôtô có bán kính  $R = 30\text{cm}$  quay với tần số  $f = 10\text{Hz}$ . Tính vận tốc của ôtô.

$$\text{ĐS : Vận tốc ôtô cũng là vận tốc dài của vành bánh xe : } V = \omega R = 18,84 \text{ m/s}.$$

**84** Một đồng hồ có kim giờ dài  $6\text{cm}$ , kim phút dài  $8\text{cm}$ . So sánh các vận tốc góc, vận tốc dài và gia tốc hướng tâm của các đầu kim. Coi các đầu kim chuyển động tròn đều.

### Hướng dẫn

$$+ \quad \frac{\omega_p}{\omega_g} = \frac{\frac{2\pi}{T_p}}{\frac{2\pi}{T_g}} = \frac{12 \text{ giờ}}{1 \text{ giờ}} = 12 \quad + \quad \frac{V_p}{V_g} = \frac{\omega_p \cdot R_p}{\omega_g \cdot R_g} = 12 \cdot \frac{8}{6} = 16$$

$$+ \quad \frac{a_p}{a_g} = \left( \frac{V_p}{V_g} \right)^2 \times \frac{R_g}{R_p} = 192.$$

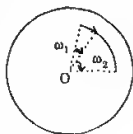
**85** Bánh xe có bán kính  $50\text{cm}$ , đi được  $50\text{m}$  sau  $10\text{s}$  (chuyển động thẳng đều). Tính gia tốc hướng tâm và vận tốc góc.

### Hướng dẫn

$$+ \text{ Vận tốc dài bánh xe cũng là vận tốc xe : } V = \frac{S}{t} = 5 \text{ m/s}$$

$$+ \quad a = \frac{V^2}{R} = 50 \text{ m/s}^2 \quad + \quad \omega = \frac{V}{R} = 10 \text{ rad/s}.$$

**86** Một vật M chuyển động tròn đều quanh O trên tấm ván với gia tốc  $a_1$  (đối với tấm ván) đồng thời tấm ván quay đều quanh trục O với gia tốc  $a_2$ , hai chuyển động cùng chiều. Tính gia tốc a của vật M.



### Hướng dẫn

$$+ \text{ Vận tốc góc của vật : } \omega = \omega_1 + \omega_2$$

$$+ \text{ Gia tốc : } a = \omega^2 R = (\omega_1 + \omega_2)^2 R = \omega_1^2 R + \omega_2^2 R + 2\sqrt{(\omega_1^2 R)(\omega_2^2 R)}$$

$$a = a_1 + a_2 + 2\sqrt{a_1 a_2}.$$



## PHẦN II

### ĐỘNG LỰC HỌC

#### Chủ đề IV

#### CÁC ĐỊNH LUẬT NEWTON

Gọi  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$  Hợp lực tác dụng vào vật (N)

$m$  : khối lượng (kg)

#### I. Định luật I Newton

$\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \bullet \text{ Vật đứng yên nếu trước đó vật đứng yên} \\ \bullet \text{ Vật chuyển động thẳng đều nếu trước đó vật chuyển động.} \end{cases}$

#### II. Định luật II Newton :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = \frac{F_x}{m} \\ a_y = \frac{F_y}{m} \end{cases}$$

#### III. Định luật III Newton :

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

#### ÔTÔ BỊ LỰC Hãm

**87** Một ô tô khối lượng  $m = 2500\text{kg}$  đang chạy với vận tốc  $V_0 = 36\text{km/h}$  thì hãm phanh. Lực hãm có độ lớn  $f = 5000\text{N}$ . Tính quãng đường và thời gian ô tô chuyển động kể từ lúc hãm đến khi dừng lại.

**Giải**

- + Chọn  $\begin{cases} \bullet \text{ Gốc tọa độ là chỗ hãm} \\ \bullet \text{ Chiều dương là chiều chuyển động} \\ \bullet \text{ Gốc thời gian là lúc hãm} \end{cases}$

- + Gia tốc xe ô tô sau khi hãm :  $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$

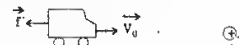
$$a_x = \frac{f_x}{m} = \frac{-f}{m} = -2\text{m/s}^2$$

- + Áp dụng :  $V_x^2 - V_{0x}^2 = 2a_x \cdot S_x$

$$0 - 10^2 = 2(-2)S_x \Rightarrow S_x = \frac{100}{4} = 25\text{m}$$

- + Áp dụng :  $V_x = V_{0x} + a_x \cdot t$

$$0 = 10 - 2t \Rightarrow t = 5\text{s}$$



## CÙNG LỰC $\vec{F}$ TÁC DỤNG LÊN NHIỀU VẬT

**88** Ta tác dụng lực  $\vec{F}$  không đổi theo phương song song với mặt bàn nhẵn lên viên bi I đang đứng yên thì sau  $t$ s nó đạt vận tốc  $V_1 = 10\text{m/s}$ .

Lập lại thí nghiệm với viên bi II (cùng lực  $\vec{F}$  và trong cùng thời gian  $t$ , nó đạt vận tốc  $V_2 = 15\text{m/s}$ .

Hỏi với hai vật I và II ghép lại thì với lực  $\vec{F}$  nói trên chúng đạt vận tốc bao nhiêu sau thời gian  $t$  (ban đầu cũng đứng yên).

**Giải**

Chọn chiều dương là chiều chuyển động.

$$+ \text{ Viên bi I : } a_{1x} = \frac{V_{1x} - V_{0x}}{t} = \frac{V_1}{t}$$

$$F_x = m_1 a_{1x} = m_1 \frac{V_1}{t} \Rightarrow m_1 = \frac{F_x \cdot t}{V_1} = \frac{F \cdot t}{V_1}$$

$$+ \text{ Viên bi II : } m_2 = \frac{F \cdot t}{V_2}$$

$$+ \text{ 2 viên bi ghép : } F_x = (m_1 + m_2) a_x = (m_1 + m_2) \frac{V}{t}$$

$$\text{hay : } F = \left( \frac{Ft}{V_1} + \frac{Ft}{V_2} \right) \cdot \frac{V}{t}$$

$$1 = \left( \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \cdot V \Rightarrow V = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6\text{m/s}.$$

## CÙNG MỘT VẬT LẦN LƯỢT CHỊU TÁC DỤNG NHIỀU LỰC

**89** Có một vật đang đứng yên, ta lần lượt tác dụng các lực có độ lớn  $F_1, F_2$  và  $F_1 + F_2$  vào vật trong cùng thời gian  $t$ .

- Với lực  $F_1$ , sau thời gian  $t$  nó đạt vận tốc  $2\text{m/s}$

- Với lực  $F_2$ , sau thời gian  $t$  nó đạt vận tốc  $3\text{m/s}$ .

a) Tìm tỉ số độ lớn hai lực.

b) Với lực có độ lớn  $F_1 + F_2$  thì sau thời gian  $t$ , vật đạt vận tốc bao nhiêu?

**Giải**

a) Tỉ số độ lớn hai lực :

$$\text{Áp dụng định luật II Newton : } F_1 = m a_1 = m \frac{V_1}{t} \quad (1)$$

$$F_2 = m a_2 = m \frac{V_2}{t} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} F_1 = V_1 = 2 \\ F_2 = V_2 = 3 \end{matrix}$$

b) Vận tốc của vật khi chịu tác dụng  $F_1 + F_2$ :

Gọi  $V$  là vận tốc của vật sau thời gian  $t$  thì:  $F_1 + F_2 = m \cdot a = m \frac{V}{t}$

Kết hợp với (1) và (2):  $\frac{m}{t} (V_1 + V_2) = m \frac{V}{t} \Rightarrow V = V_1 + V_2 = 5 \text{ m/s}$ .

### LỰC KÈO THANG MÁY

**90** Một thang máy đi lên gồm ba giai đoạn có đồ thị vận tốc - thời gian như hình vẽ. Biết khối lượng thang máy là  $500 \text{ kg}$ . Tính lực kéo thang máy trong từng giai đoạn. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Giải**

Chọn chiều dương hướng lên.

$$+ \text{ Giai tốc: } a_x = \frac{V_x - V_{\text{ex}}}{t} = \frac{V - V_0}{t} \quad (1)$$

$$+ \text{ Định luật II Newton: } \vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_x + P_x = m a_x$$

$$F - P = m a_x \Rightarrow F = m(g + a_x) \quad (2)$$

$$+ \text{ Giai đoạn 1: (1) } \Rightarrow a_x = \frac{4 - 0}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

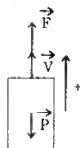
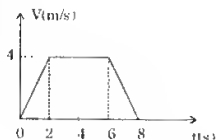
$$(2) \Rightarrow F = 500(10 + 2) = 6000 \text{ N}$$

$$+ \text{ Giai đoạn 2: (1) } \Rightarrow a_x = 0$$

$$(2) \Rightarrow F = mg = 500 \times 10 = 5000 \text{ N}$$

$$+ \text{ Giai đoạn 3: (1) } \Rightarrow a_x = \frac{0 - 4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$(2) \Rightarrow F = 500(10 - 2) = 4000 \text{ N}$$



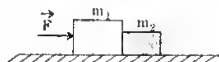
### ĐỊNH LUẬT III NEWTON

**91** Hãy phân tích của lực tác dụng lên mỗi vật và tính gia tốc của chúng, biết:  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,  $F = 10 \text{ N}$  (Bỏ qua ma sát).

**Giải**

+ Vật  $m_1$  chịu tác dụng:

- Trọng lực  $m_1 g$

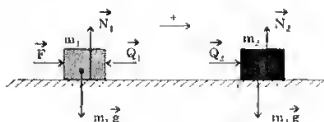


- Phản lực  $\vec{N}_1$  cân bằng với trọng lực  $m_1\vec{g}$ .

- Phản lực  $\vec{Q}_1$  của vật  $m_2$ .

- Lực  $\vec{F}$ .

+ Gia tốc của 2 vật đều là  $\vec{a}$



$$\vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{Q}_1}{m_1}$$

$$a_x = \frac{F_x + Q_{1x}}{m_1} = \frac{F - Q}{m_1} \quad (1)$$

+ Vật  $m_2$  chịu tác dụng :

- Trọng lực  $m_2\vec{g}$

- Phản lực  $\vec{N}_2$  cân bằng với trọng lực  $m_2\vec{g}$ .

- Phản lực  $\vec{Q}_2$  của vật  $m_1$  (cùng độ lớn  $Q$ ) :

+ Gia tốc :  $\vec{a} = \frac{\vec{Q}_2}{m_2}$

$$a_x = \frac{Q_{2x}}{m_2} = \frac{Q}{m_2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ và } (2) \text{ cho : } \frac{F - Q}{m_1} &= \frac{Q}{m_2} \Rightarrow Q = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \\ &\Rightarrow \frac{Q}{m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$(2) \text{ và } (3) \text{ cho : } a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \text{ m/s}^2.$$

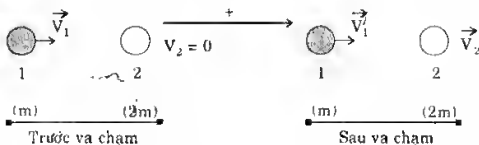
### VA CHẠM CỦA HAI VIÊN BÍ

**92** Viên bi 1 có khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $10\text{ m/s}$  đến chạm vào viên bi 2 đang đứng yên, khối lượng  $2m$ . Sau va chạm viên bi 2 chuyển động với vận tốc  $7\text{ m/s}$  và cùng hướng với hướng chuyển động của viên bi 1 trước va chạm. Hỏi hướng và độ lớn vận tốc của bi 1 sau va chạm, biết rằng chúng cùng hướng chuyển động.

**Giải**

Gọi  $\Delta t$  là thời gian va chạm của hai viên bi. Trong thời gian này viên bi 1

chịu tác dụng lực  $\vec{F}_1$ , viên bi 2 chịu tác dụng lực  $\vec{F}_2$  mà theo định luật III Newton :  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$



Với : 
$$\begin{cases} \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 = m \frac{\vec{V}'_1 - \vec{V}_1}{\Delta t} \\ \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2 = 2m \frac{\vec{V}'_2 - \vec{V}_2}{\Delta t} \end{cases} \quad \text{nên :} \quad m \frac{\vec{V}'_1 - \vec{V}_1}{\Delta t} = -2m \frac{\vec{V}'_2 - \vec{V}_2}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{V}'_1 - \vec{V}_1 = -2\vec{V}'_2 + 2\vec{V}_2; \quad V'_{1x} - V_1 = -2V'_2 + 0$$

$$V'_{1x} = V_1 - 2V'_2 = 10 - 2 \times 7 = -4 \text{ m/s} < 0.$$

Vậy : Sau va chạm bi 1 chuyển động ngược hướng với bi 2, độ lớn vận tốc  $V'_1 = 4 \text{ m/s}$ .

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**93** Một người đang đi xe đạp với vận tốc  $V_0$  thì ngừng đạp và hãm phanh. Xe đi tiếp được 40m thì dừng lại. Lực hãm và lực ma sát có độ lớn 14N. Khối lượng cả người và xe là 70kg. Tính vận tốc  $V_0$ .

#### Hướng dẫn

$$+ \quad a_x = \frac{F_x}{m} = -0,2 \text{ m/s}^2$$

$$+ \quad -V_{0x}^2 = +2a_x \cdot S_x \Rightarrow V_0 = 4 \text{ m/s}.$$

**94** Hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  không đổi tác dụng vào hai vật đứng yên có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  trong cùng thời gian  $t$  thì hai vật chuyển động được quãng đường tương ứng  $S_1$  và  $S_2$  (Bỏ qua ma sát). Chứng minh :

$$a) \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{F_1}{F_2} \quad \text{nếu } m_1 = m_2$$

$$b) \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{nếu } F_1 = F_2.$$

#### Hướng dẫn

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} a t^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \times t^2.$$

**95.** Một tên lửa có hai động cơ :

+ Động cơ 1 có thể truyền cho tên lửa gia tốc không đổi  $a_1$  và chỉ hoạt động trong thời gian  $t_1$ .

+ Động cơ 2 có thể truyền cho tên lửa gia tốc không đổi  $a_2$  và chỉ hoạt động trong thời gian  $t_2$  ( $a_1 > a_2$  và  $t_1 < t_2$ ).

• Hai động cơ trên có thể hoạt động theo 2 cách như sau :

+ Động cơ 1 hoạt động trước (trong thời gian  $t_1$ ) rồi tiếp theo động cơ 2.

+ Ngược lại : động cơ 2 hoạt động trước (trong thời gian  $t_2$ ) rồi tiếp theo là động cơ 1.

+ Cả hai động cơ bắt đầu hoạt động cùng lúc.

Hỏi chọn cách nào tên lửa đi xa nhất ?

### Hướng dẫn

$$\text{Cách 1 : } S_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + a_1 t_1 t_2$$

$$\text{Cách 2 : } S_2 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + a_2 t_1 t_2$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 3 : } S_3 &= \frac{1}{2} (a_1 + a_2) t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 (t_2 - t_1)^2 + (a_1 + a_2) \cdot t_1 \cdot (t_2 - t_1) \\ &= -\frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + a_1 t_1 t_2 \end{aligned}$$

$$\text{So sánh : } S_1 > S_2, S_3.$$

**96** Một quả bóng khối lượng  $m = 700\text{g}$  đang đứng yên chịu tác dụng lực  $F = 350\text{N}$  trong thời gian  $\Delta t = 0,02\text{s}$ . Sau thời gian nài trên quả bóng bị lực cản của mặt sân và không khí. Lực cản này có độ lớn bằng  $\frac{1}{10}$  trọng lực quả bóng. Tính quãng đường quả bóng chuyển động được. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

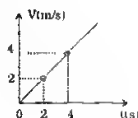
Chọn chiều (+) là chiều chuyển động.

$$+ \quad a_x = \frac{F_x}{m} = 500 \text{ m/s}^2 \quad + \quad V_x = a_x \cdot \Delta t = 10 \text{ m/s}$$

$$+ \quad a'_x = \frac{F'_x}{m} = -1 \text{ m/s}^2 \quad + \quad S_x = -\frac{V_x^2}{2a'_x} = 50 \text{ m}.$$

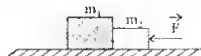
**97** Một ô tô khối lượng  $500\text{kg}$  lúc khởi hành có đồ thị vận tốc - thời gian như hình vẽ. Biết rằng lúc này xe chịu tác dụng lực kéo của động cơ và lực ma sát bằng  $0,2$  lần trọng lực xe. Tính lực kéo động cơ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS : } F = F_{ms} + ma = 1500\text{N}.$$



**98** Hai khối hình hộp  $m_1, m_2$  đặt tiếp xúc nhau trên mặt bàn nằm ngang và nhẵn. Lực nằm ngang  $\vec{F}$  tác dụng lên  $m_2$ . Tính lực tương tác giữa 2 vật. Biện luận.

**ĐS :** •  $F_{12} - F_{21} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$



• Biện luận : +  $m_1 = m_2 : F_{12} = F_{21} = \frac{F}{2}$

+  $m_1 < m_2 : F_{12} = F_{21} < \frac{F}{2}$

+  $m_1 > m_2 : F_{12} = F_{21} > \frac{F}{2}$

+  $m_1 \ll m_2 : F_{12} = F_{21} \approx 0$

+  $m_1 \gg m_2 : F_{12} = F_{21} \approx F$

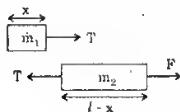
**99** Trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang có thanh AB đồng chất, tiết diện đều, chiều dài  $l$ . Đầu B ta kéo thanh bằng lực  $F$  nằm ngang có độ lớn không đổi. Tính lực đàn hồi xuất hiện lên tiết diện ngang của thanh và cách đầu A khoảng  $x$ .



### Hướng dẫn

+ Gọi  $m_0$  là khối lượng 1 đơn vị độ dài của thanh thì :  $m_1 = x \cdot m_0$ ,  $m_2 = (l - x) \cdot m_0$

+  $a = \frac{T}{m_0 x} = \frac{F - T}{m_0 (l - x)} \Rightarrow T = F \frac{x}{l}$



### Chủ đề Y

## CÁC LỰC CƠ HỌC

### I. Lực hấp dẫn

a) Lực hấp dẫn :

• Là lực hút giữa hai vật.

• Độ lớn :  $F_{hd} = G \frac{m_1 \times m_2}{R^2}$  với :  $G = 6,68 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$

b) Trọng lực của một vật :

• Là lực hấp dẫn giữa trái đất và vật

• Hướng thẳng đứng xuống dưới.

- Độ lớn :  $P = mg = G \cdot \frac{mM}{(R+h)^2}$

c) Gia tốc rơi tự do :

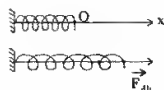
- Tại độ cao h :  $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$

- Tại mặt đất :  $g_0 = G \frac{M}{R^2}$

## II. Lực đàn hồi

- Độ lớn :  $F = K \cdot \Delta l$

- $F_x = -K \cdot x$



## III. Lực ma sát

a) Lực ma sát trượt :  $F_{ms} = \mu N$  (N : áp lực)

b) Lực ma sát nghỉ :  $F_{ms(nghỉ)} \leq \mu N$ .

## THAY ĐỔI KHOẢNG CÁCH 2 VẬT ĐỂ THAY ĐỔI LỰC HẤP DẪN

**100** Cần tăng hay giảm khoảng cách bao nhiêu lần để lực hút giữa hai vật tăng 9 lần ?

**Giải**

$$F_1 = G \times \frac{m_1 m_2}{R_1^2} ; \quad F_2 = G \times \frac{m_1 m_2}{R_2^2}$$

Lập tỉ số :  $\frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2$

$$\frac{1}{9} = \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{R_1}{3}} : \text{Giảm 3 lần.}$$

## THAY ĐỔI GIA TỐC RƠI TỰ DO THEO ĐỘ CAO

**101** Tính gia tốc rơi tự do ở độ cao gấp 4 lần bán kính trái đất, biết gia tốc rơi tự do tại mặt đất là  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Giải**

$$+ \quad g = G_0 \frac{M}{(R+h)^2} = G_0 \frac{M}{(5R)^2} ; \quad g_0 = G_0 \frac{M}{R^2}$$

$$+ \quad \text{Lập tỉ số : } \frac{g}{g_0} = \frac{1}{25} \Rightarrow g = \frac{g_0}{25} = \frac{9,8}{25} = 0,392 \text{ m/s}^2.$$



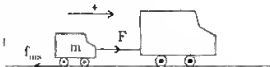
## LỰC ĐÀN HỒI

**102.** Một xe tải kéo một ô tô bằng dây cáp. Từ trạng thái đứng yên sau 100s ô tô đạt vận tốc  $V = 36\text{km/h}$ . Khối lượng ô tô là  $m = 1000\text{kg}$ . Lực ma sát bằng 0,01 trọng lực ô tô. Tính :

- Lực kéo của xe tải trong thời gian trên.
- Độ cứng dây cáp, biết dây cáp đã giãn ra  $\Delta l = 1\text{mm}$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**



a) Lực kéo xe tải :

$$+ \text{ Gia tốc xe : } a_x = \frac{V_x - V_{ox}}{t} = \frac{10 - 0}{100} = 0,1\text{m/s}^2$$

$$+ \text{ Định luật II Newton : } \vec{F} + \vec{f}_{ms} = m \cdot \vec{a}$$

$$F - f_{ms} = m \cdot a_x$$

$$F = f_{ms} + ma_x = 0,01P + ma_x = 200\text{N}$$

$$b) \text{ Độ cứng dây cáp : } K = F\Delta l = \frac{200}{10^{-3}} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m.}$$

## TÍNH ĐỘ CỨNG CỦA Lò XO

**108.** Một lò xo khối lượng nhỏ không đáng kể, được treo vào điểm cố định O có độ dài tự nhiên  $OA = l_0$ . Treo một vật khối lượng  $m_1 = 100\text{g}$  vào lò xo thì độ dài của nó là  $OB = l_1 = 31\text{cm}$ . Treo thêm một vật khối lượng  $m_2 = 100\text{g}$  vào lò xo thì độ dài của nó là  $OC = l_2 = 32\text{cm}$ . Tính độ cứng K và độ dài tự nhiên  $l_0$  của lò xo. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



**Giải**

- Tại vị trí cân bằng B :

$$m_1 g = T_1 = K(l_1 - l_0) \quad (1)$$

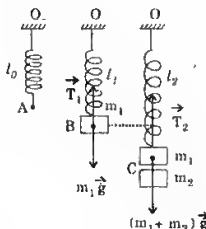
- Tại vị trí cân bằng C :

$$(m_1 + m_2)g = T_2 = K(l_2 - l_0) \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0}$$

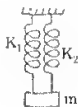
$$\frac{1}{2} = \frac{31 - l_0}{32 - l_0} \Rightarrow l_0 = 30\text{cm}$$

$$(1) \Rightarrow K = \frac{m_1 g}{l_1 - l_0} = \frac{0,1 \times 10}{0,31 - 0,30} = 100\text{N/m.}$$



## HAI Lò XO MẮC SONG SONG

**104** Hai lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là  $K_1 = 100\text{N/m}$ ,  $K_2 = 150\text{N/m}$  có cùng độ dài tự nhiên  $l_0 = 20\text{cm}$  được treo thẳng đứng như hình vẽ. Đầu dưới 2 lò xo nối với 1 vật khối lượng  $m = 1\text{kg}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



Tính chiều dài lò xo khi vật cân bằng.

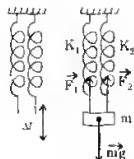
**Giải**

- Khi cân bằng :  $F_1 + F_2 = P$

$$\text{Với } \begin{cases} F_1 = K_1 \cdot \Delta l \\ F_2 = K_2 \cdot \Delta l \end{cases} \text{ nên : } (K_1 + K_2) \Delta l = P$$

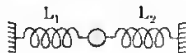
$$\Rightarrow \Delta l = \frac{P}{K_1 + K_2} = \frac{1 \times 10}{250} = 0,04\text{m}.$$

- Chiều dài lò xo :  $l = l_0 + \Delta l = 20 + 4 = 24\text{cm}$ .



## VẬT NẴM GIỮA HAI Lò XO

**105** Hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có độ cứng lần lượt là  $K_1$  và  $K_2$  được móc vào một quả cầu (xem hình). Cho biết tỉ số  $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2}$  và 2 lò xo đều ở trạng thái tự nhiên.



Nếu dùng 1 lực 5N thì có thể đẩy quả cầu theo phương ngang đi 1 đoạn 1cm. Tính độ cứng  $K_1$  và  $K_2$  của 2 lò xo.

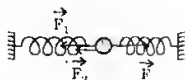
**Giải**

- Khi vật cân bằng :  $F_1 + F_2 = F$

$$\text{Với } \begin{cases} F_1 = K_1 \cdot \Delta l \\ F_2 = K_2 \cdot \Delta l \end{cases} \text{ nên : } (K_1 + K_2) \Delta l = F$$

$$K_1 + K_2 = \frac{F}{\Delta l} = \frac{5}{0,01} = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (1)$$

- Theo đề  $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2} \Rightarrow K_1 = 1,5K_2 \quad (2)$



$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } K_1 = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}} ; \quad K_2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

## LỰC MA SÁT

**106** Một ô tô khối lượng  $m = 500\text{kg}$  sau khi bắt đầu chuyển bánh đã chuyển động nhanh dần đều. Khi đi được  $S = 25\text{m}$  vận tốc ô tô là  $V = 18\text{km/h}$ . Hệ số ma sát lần giữa bánh xe với mặt đường là  $\mu = 0,05$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính lực kéo của động cơ.

**Giải**

$$+ V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x \cdot S_A \quad a_x = \frac{V_x^2 - V_{ox}^2}{2S_A} = \frac{5 - 0^2}{2 \cdot 25} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

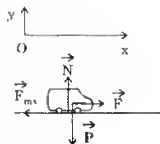
$$+ \text{Cò : } \vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} + \vec{mg} = m\vec{a}$$

$$\text{Chiều xuống hệ trục xOy : } \begin{cases} F - F_{ms} = ma_x & (1) \\ N - mg = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow N = mg \quad \text{nên : } F_{ms} = \mu N = \mu mg$$

$$(1) \Rightarrow F - \mu mg = ma_x$$

$$F = m(\mu g + a_x) = 500(0,05 + 10 + 0,5) = 500N.$$



**TÍNH QUÃNG ĐƯỜNG ĐI KHI VẬT CHỊU LỰC MA SÁT**

**107.** Khi vật có khối lượng  $m = 5\text{kg}$  nằm trên mặt bàn ngang. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là  $\mu = 0,2$ . Tác dụng vào vật lực  $\vec{F}$  song song với mặt bàn. Tìm :

a) Giá trị của lực  $\vec{F}$  để vật chuyển động.

b) Quãng đường vật đi được trong thời gian  $t = 2\text{s}$  với  $F = 10\text{N}$  và  $F = 20\text{N}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

Vật đang đứng yên, nếu vật chuyển động thì nó sẽ chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $\vec{a}$  :  $\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} + \vec{mg} = m\vec{a}$

$$\text{Chiều xuống hệ trục xOy : } \begin{cases} F - F_{ms} = ma & (1) \\ N - mg = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow N = mg \quad \text{nên : } F_{ms} = \mu N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$(1) \Rightarrow F - \mu mg = ma \quad (3)$$

a) *Gia tốc của lực  $\vec{F}$  để vật chuyển động :*

$$F - \mu mg = ma > 0$$

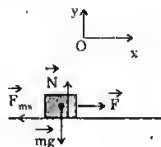
$$F > \mu mg = 10\text{N} \quad (4)$$

b) *Quãng đường vật đi được :*

• Với  $F = 10\text{N}$  : Không thỏa mãn (4) nên vật đứng yên.

• Với  $F = 20\text{N} > 10\text{N}$  :  $(3) \Rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{20 - 10}{5} = 2 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$\text{Quãng đường : } S = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 4\text{m.}$$



## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

### LỰC HẤP DẪN

**108** Hai tàu thủy có khối lượng 50.000T ở cách nhau 1km. Tính lực hút giữa chúng.

ĐS : 0,167N.

**109** Mặt trăng và trái đất có khối lượng  $7,4 \times 10^{22}$ kg và  $6.10^{24}$ kg, ở cách nhau  $3,84 \times 10^8$ . Tính lực hút giữa chúng.

ĐS :  $2.10^{20}$ N.

**110** Ở độ cao bằng bao nhiêu lần bán kính trái đất thì trọng lực của 1 người sẽ giảm đi 100 lần (so với trọng lực tại mặt đất).

#### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \bullet \quad P &= mg = m \cdot G \frac{M}{(R+h)^2} \\ \bullet \quad P_0 &= mg_0 = mG \frac{M}{R^2} \\ \bullet \quad \frac{P}{P_0} &= \left( \frac{R}{R+h} \right)^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow h = 9R. \end{aligned}$$

**111** Hai quả cầu giống nhau có cùng khối lượng  $m = 50$ kg, bán kính R. Lực hấp dẫn lớn nhất giữa chúng là  $F = 4,175.10^{-6}$ N. Tính R.

#### Hướng dẫn

Lực hấp dẫn lớn nhất khi 2 quả cầu tiếp xúc

$$F = G \cdot \frac{m^2}{(2R)^2} \Rightarrow R = 10\text{cm}.$$

**112** Biết bán kính trái đất lớn gấp 3,66 lần bán kính mặt trăng và khối lượng trái đất lớn gấp 81 lần khối lượng mặt trăng. So sánh gia tốc rơi tự do của vật trên mặt đất và mặt trăng.

#### Hướng dẫn

$$\frac{g_D}{g_T} = \left( \frac{M_D}{M_T} \right) \left( \frac{R_T}{R_D} \right)^2 = 81 \times \left( \frac{1}{3,66} \right)^2 \approx 6.$$

### LỰC ĐÀN HỒI

**113** Một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 25$ cm khi chịu tác dụng lực 2N thì dãn ra 1cm. Bỏ qua khối lượng lò xo.

a) Tính độ cứng K của lò xo.



b) Để lò xo có chiều dài  $l = 30\text{cm}$  thì ta phải treo vào đầu dưới lò xo một vật có khối lượng là bao nhiêu ?

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

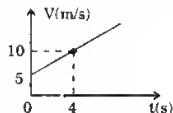
$$a) K = \frac{2N}{0,01\text{m}} = 200\text{ N/m}$$

$$b) \Delta l = l - l_0 = 5\text{cm}; \quad m = \frac{K\Delta l}{g} = 1\text{kg}.$$

**114** Một ô tô được kéo bởi xe tải bằng dây cáp có độ cứng  $K = 10^6\text{N/m}$ . Đồ thị vận tốc - thời gian của ô tô như hình vẽ.

a) Tính quãng đường đi của ô tô trong khoảng thời gian từ  $t = 0 \rightarrow t = 4\text{s}$

b) Tính độ giãn của dây cáp, biết khối lượng ô tô là  $m_2 = 800\text{kg}$ . Bỏ qua ma sát.

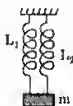


### Hướng dẫn

$$a) a = \frac{V - V_0}{t} = 1,25\text{m/s}^2; \quad S = \frac{1}{2}at^2 + V_0t = 30\text{m}$$

$$b) F = m \cdot a = 1000\text{N}; \quad \Delta l = \frac{F}{K} = 1\text{mm}.$$

**115** Hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có cùng chiều dài tự nhiên. Khi treo vật nặng  $m$  bằng lò xo  $L_1$  thì nó giãn ra  $\Delta l_1 = 1\text{cm}$  và treo vật nặng ấy vào lò xo  $L_2$  thì nó giãn ra  $\Delta l_2 = 2\text{cm}$ . Nối hai lò xo với nhau bằng cả hai đầu để chúng luôn luôn có cùng độ dài rồi treo vật nặng  $m$  trên thì 2 lò xo cùng giãn ra  $\Delta l'$  bằng bao nhiêu ?



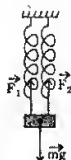
### Hướng dẫn

$$+ K_1 = \frac{mg}{\Delta l_1}; K_2 = \frac{mg}{\Delta l_2} \quad (1)$$

$$+ F_1 + F_2 = mg$$

$$(K_1 + K_2)\Delta l' = mg \quad (2)$$

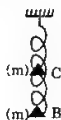
$$+ (1) \text{ và } (2) \text{ cho : } \Delta l' = \frac{\Delta l_1 \cdot \Delta l_2}{\Delta l_1 + \Delta l_2} = \frac{2}{3} \text{ cm}.$$



**116** Một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $K$ , độ dài tự nhiên  $l_0$ .

a) Tính độ cứng  $K'$  của nửa lò xo ấy  $\left(\frac{l_0}{2}\right)$ .

b) Treo 2 vật nặng cùng khối lượng  $m$  vào điểm cuối B và điểm chính giữa C của lò xo thì chiều dài  $l$  của lò xo là bao nhiêu ?



### Hướng dẫn

a) Độ cứng lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài  $\left( K = E \frac{S}{l_0} \right)$  nên :  $K' = 2K$

b) + Nửa lò xo trên chịu tác dụng của  $2mg$  nên độ dãn :  $\Delta l_1 = \frac{2mg}{2K} = \frac{mg}{K}$

+ Nửa lò xo dưới chỉ chịu tác dụng của  $mg$  nên độ dãn :  $\Delta l_2 = \frac{mg}{2K}$

+ Độ dãn cả lò xo :  $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{3}{2} \frac{mg}{K}$

+  $l = l_0 + \frac{3}{2} \frac{mg}{K}$

**117** Lò xo  $L_1$  có độ cứng  $K_1$ , lò xo  $L_2$  có độ cứng  $K_2$ . Hai lò xo này mắc nối tiếp như hình vẽ. Đầu trên treo vào điểm A còn đầu dưới treo vào vật nặng  $m$ .

a) Tính độ dãn  $\Delta l$  của cả hai lò xo.

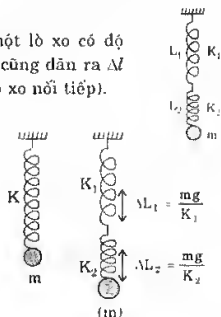
b) Có thể thay hai lò xo nối như trên bằng một lò xo có độ cứng  $K$  là bao nhiêu để khi treo vật  $m$ , lò xo này cũng dãn ra  $\Delta l$  (lò xo độ cứng  $K$  gọi là lò xo tương đương của hai lò xo nối tiếp).

### Hướng dẫn

a)  $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = mg \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)$  (1)

b)  $\Delta l = \frac{mg}{K}$  (2)

(1) và (2) :  $K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$



### LỰC MA SÁT

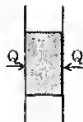
**118** Một người đi xe đạp trên đường nằm ngang. Khối lượng cả người và xe là  $m = 70\text{kg}$ , hệ số ma sát lăn là  $\mu = 0,05$ . Tính lực truyền cho xe để nó chuyển động thẳng đều, cho rằng lực này song song với mặt đường. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**ĐS :**  $F = \mu mg = 35\text{N}$ .

**119** Một khúc gỗ có khối lượng  $m = 4\text{kg}$  được ép giữa hai tấm ván đặt song song và thẳng đứng như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa khúc gỗ và tấm ván là  $\mu = 0,4$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính lực ép  $Q$  vào mỗi tấm ván để khúc gỗ đứng yên.

b) Nếu lực ép vào mỗi tấm ván chỉ còn  $Q = 40\text{N}$  thì bao lâu sau vật trượt xuống được quãng đường  $h = 1\text{m}$ , biết rằng chiều dài tấm ván đủ dài.



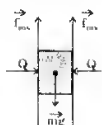
c) Với lực ép  $Q = 40\text{N}$  thì cần đặt lực kéo  $\vec{F}$  bao nhiêu lớn bao nhiêu để kéo đều khúc gỗ đi lên.

### Hướng dẫn

a) Khúc gỗ đứng yên:  $2f_{ms\_nglu} \text{ (cực đại)} \geq mg$

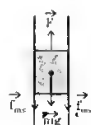
$$2\mu Q \geq mg$$

$$\Rightarrow Q \geq \frac{mg}{2\mu} = 50\text{N}$$



$$b) + a = \frac{mg - 2f_{ms}}{m} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$+ h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 1\text{s}$$



c), Vật chuyển động thẳng đều:  $F = P + 2f_{ms} = 72\text{N}$

**120** Một viên bi có khối lượng  $m = 100\text{g}$  bắt đầu chuyển động nhờ lực đẩy  $F = 0,5\text{N}$  trong thời gian  $t = 1\text{s}$ . Biết hệ số ma sát nằm giữa bi và mặt sân là  $\mu = 0,3$ . Tính quãng đường mà viên bi chuyển động kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng lại.

### Hướng dẫn

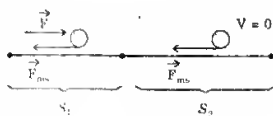
Chọn chiều dương là chiều chuyển động.

+ Lúc có lực tác dụng :

$$\bullet a_{1x} = \frac{F - F_{ms}}{m} = \frac{F - \mu mg}{m} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\bullet S_1 = \frac{1}{2}a_{1x}t^2 = 1\text{m}$$

$$\bullet V_{1x} = a_{1x} \cdot t = 2\text{m/s}$$



+ Lúc thôi tác dụng :  $\bullet a_{2x} = \frac{-F_{ms}}{m} = -3 \text{ m/s}^2$

$$\bullet S_2 = \frac{0 - V_{1x}^2}{2a_x} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

$$\bullet S = S_1 + S_2 \approx 1,67\text{m}$$

**121** Một ôtô tải có khối lượng  $M = 2$  tấn, phân bố đều trên các bánh xe, chở  $m = 3$  tấn hàng. Sau thời gian chuyển bánh, muốn xe đạt được quãng đường  $S = 50\text{m}$  trong thời gian  $t = 10\text{s}$  thì hệ số ma sát giữa bánh xe phát động và mặt đường tối thiểu là bao nhiêu? Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Xét bài toán trong hai trường hợp :

a) Tất cả các bánh xe đều là bánh phát động và khối lượng hàng phân bố đều trên các bánh xe.

b) Chỉ có các bánh sau là bánh phát động và khối lượng hàng phân bố đều trên các bánh sau.

### Hướng dẫn

- Chiều dương là chiều chuyển động.

- Gia tốc :  $a = \frac{2S}{t^2} = 1 \text{ m/s}^2$

- Lực phát động là lực ma sát nghỉ của các bánh xe.

- $(M + m) \vec{a} = \vec{F}_{\text{ma sát nghỉ}} \Rightarrow (M + m) a = F_{\text{ma sát nghỉ}} \leq \mu N$

$$\mu_{\min} = \frac{M + m}{N} \cdot a \quad (*)$$

(N là phản lực lên các bánh phát động)

a) Tất cả các bánh là bánh phát động :  $N = (M + m)g$

$$(*) \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{a}{g} = 0,1$$

b) Các bánh sau là bánh phát động :  $N = \left( \frac{M}{2} + m \right) g$

$$(*) \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{\frac{M}{2} + m}{\frac{M}{2} + m} \cdot \frac{a}{g} = 0,125.$$

**122** Một vật nặng khối lượng m đặt trên tấm ván khối lượng M (hệ số ma sát giữa vật và tấm ván là  $\mu_1$ ). Tấm ván đặt trên mặt bàn nằm ngang (Hệ số ma sát giữa ván và bàn là  $\mu_2$ ). Tác dụng vào vật m lực  $\vec{F}$  nằm ngoài. Biết rằng vật m sẽ trượt trên tấm ván và tấm ván sẽ trượt trên mặt bàn.

- a) Tính gia tốc chuyển động của mỗi vật.

- b) Tìm điều kiện để bài toán thỏa mãn.

### Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên vật m :  $\vec{F}, \vec{f}_{1ms}, \vec{N}_1, \vec{mg}$

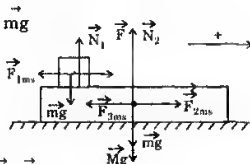
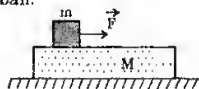
- $\vec{ma}_1 = \vec{F} + \vec{f}_{1ms} + \vec{N}_1 + \vec{mg}$

$$ma_1 = F - \mu mg \Rightarrow a_1 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

- Các lực tác dụng lên M :  $\vec{f}_{2ms}, \vec{f}_{3ms}, \vec{mg}, \vec{Mg}, \vec{N}_2$

$$\vec{Ma}_2 = \vec{f}_{2ms} + \vec{f}_{3ms} + \vec{mg} + \vec{Mg} + \vec{N}_2$$

$$Ma_2 = f_{2ms} - f_{3ms}$$





$$\begin{cases} f_{2ms} = f_{1ms} = \mu_1 mg \\ f_{3ms} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (m + M)g \end{cases}$$

$$a_2 = \frac{\mu_1 mg - \mu_2 (m + M)g}{M}$$

b) Bài toán thỏa mãn khi :

$$\bullet \quad a_1 > 0 \Rightarrow F > \mu_1 mg \quad (1)$$

$$\bullet \quad a_2 > 0 \Rightarrow \mu_1 mg > \mu_2 (m + M)g \quad (2)$$

$$\bullet \quad \text{Vật trượt trên ván : } a_1 > a_2$$

$$\Rightarrow F > (\mu_1 - \mu_2) \frac{m + M}{M} \cdot mg$$

$$\text{Với } F > 0 \Rightarrow \mu_1 > \mu_2 \quad (3)$$

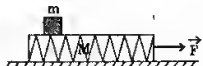
$$\text{Nhưng (2)} \Rightarrow \frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{M + m}{m} g > 1$$

Vậy thỏa mãn (2) tức thỏa mãn (3)

$$\bullet \quad \text{Tóm lại : (1) và (2) cho : } F > \mu_1 mg > \mu_2 (m + M)g$$

**123** Một vật có khối lượng  $m = 1\text{kg}$  đặt trên tấm ván có khối lượng  $M = 3\text{kg}$ , hệ số ma sát giữa vật và tấm ván là  $\mu_1 = 0,2$ . Tấm ván được đặt trên mặt bàn nằm ngang mà hệ số ma sát giữa tấm ván và mặt bàn là  $\mu_2 = 0,3$ .

1. Phải tác dụng vào tấm ván một lực  $\vec{F}$  nằm ngang có độ lớn là bao nhiêu để tấm ván trượt dưới vật.



2. Tính gia tốc của vật và tấm ván trong hai trường hợp :

$$\text{a) } F = 20\text{N}$$

$$\text{b) } F = 15\text{N}.$$

### Hướng dẫn

1. • Ba lực tác dụng vào  $m$  :  $\vec{P}_1, \vec{N}_1, \vec{f}_{1ms}$  mà

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{f}_{1ms} = m\vec{a}_1$$

$$\Rightarrow ma_1 = f_{1ms} = \mu_1 mg \Leftrightarrow a_1 = \mu_1 g$$

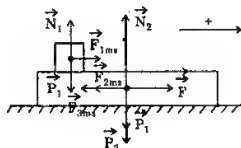
• Sáu lực tác dụng vào  $M$  :

$$\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{N}_2, \vec{f}_{2ms}, \vec{f}_{3ms}, \vec{F}$$

$$\vec{F} + \vec{f}_{2ms} + \vec{f}_{3ms} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 = M \cdot \vec{a}_2$$

$$\Rightarrow F - f_{2ms} - f_{3ms} = Ma_2$$

$$\text{Với } \begin{cases} f_{2ms} = f_{1ms} = \mu_1 mg \\ f_{3ms} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (m + M)g \end{cases} \text{ nên : } a_2 = \frac{F - \mu_1 mg - \mu_2 (m + M)g}{M}$$



- Điều kiện :

$$+ a_2 > 0 \Rightarrow F > \mu_1 mg + \mu_2(m + M)g \quad (1)$$

- + Để tấm ván trượt dưới vật thì :

$$a_2 > a_1 \Rightarrow F > (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g \quad (2)$$

$F$  thỏa mãn (2) hiển nhiên thỏa mãn (1)

$$\text{nên : } F > (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g = 15N \quad (3)$$

2.a)  $F = 20N$

- $a_1 = \mu_1 \times g = 2m/s^2$

- $a_2 = \frac{F - \mu_1 mg - \mu_2(m + M)g}{M} = 4,5m/s^2$

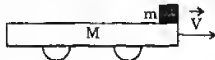
( $a_2 > a_1$  nên tấm ván trượt dưới vật : Kết quả này đúng với điều kiện (3))

b)  $F = 15N$

$$a_1 = a_2 = 2m/s^2$$

Vật m nằm yên trên tấm ván.

**124** Một xe nhỏ trong phòng thí nghiệm có khối lượng  $M = 2kg$  đang chạy không ma sát với vận tốc  $V = 1,05m/s$  trên mặt nằm ngang thì 1 vật nhỏ có khối lượng  $m = 100g$  được thả nhẹ xuống sàn xe ở mép nước (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 0,2$ . Lấy  $g = 10m/s^2$



a) Tính gia tốc của vật và xe sau khi thả vật.

b) Sau bao lâu thì vật nằm yên trên sàn xe,

lúc đó vật cách mép trước bao nhiêu ? (Cho rằng sàn xe đủ dài để vật không rơi trước khi dừng lại).

c) Tính vận tốc cuối cùng của xe.

### Hướng dẫn

a) • Vật chịu tác dụng lực theo phương ngang là  $\vec{F}_{1ms}$  :

$$a_1 = \frac{F_{1ms}}{m} = \mu g = 2m/s^2$$

• Xe chỉ chịu tác dụng lực theo phương ngang là  $\vec{F}_{2ms}$  :

$$a_{2x} = \frac{-F_{2ms}}{M} = -\frac{\mu mg}{M} = -0,1m/s^2$$

Xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $0,1m/s^2$ .

b) • Vận tốc của vật và xe (đối với đất) lúc t :

$$V_{1x} = a_1 t = 2t$$

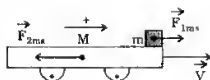
$$V_{2x} = V_{0x} + a_{2x} \cdot t = 1,05 - 0,1t \quad (*)$$

- Vật nằm yên trên sàn xe khi :  $V_{1x} = V_{2x}$   
 $2t_0 = 1,05 - 0,1t_0 \Rightarrow t_0 = 0,5 \text{ (s)}$

- Độ dời của vật và xe so với đất :

$$S_{1x} = \frac{1}{2} a_{1x} t_0^2 = 0,25\text{m}$$

$$S_{2x} = \frac{1}{2} a_{2x} t_0^2 + V_{0x} \cdot t_0 = 0,5125\text{m}$$



- Độ dời của vật so với mép trước xe :  $\Delta S_x = S_{2x} - S_{1x} = 0,2625\text{m}$

- c) Vận tốc cuối của xe là vận tốc lúc  $t_0$  :  $(*) \Rightarrow V_{2x} = 1\text{m/s}$ .

## Chú đề VI

### ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NEWTON VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

#### I. Bài toán xác định chuyển động khi biết trước các lực (bài toán thuận)

- a) Chọn hệ quy chiếu sao cho việc giải bài toán được đơn giản và viết các dữ kiện bài toán.

- b) Biểu diễn trên một hình các lực tác dụng vào vật (coi là chất điểm)

- c) Viết biểu thức hợp lực :  $\vec{F}_{hl} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$

- d) Xác định gia tốc theo định luật II Newton :

$$a_x = \frac{F_{1x} + F_{2x} + \dots}{m}; \quad \dots \quad a_y = \frac{F_{1y} + F_{2y} + \dots}{m}$$

- e) Đưa vào điều kiện ban đầu (vị trí ban đầu, vận tốc ban đầu) ta xác định được chuyển động của vật.

#### II. Bài toán xác định lực khi biết trước chuyển động (bài toán nghịch)

- a) Chọn hệ quy chiếu sao cho việc giải bài toán được đơn giản.

- b) Xác định gia tốc cần cứ vào chuyển động đã cho.

- c) Xác định hợp lực :  $\vec{F}_{hl} = m \cdot \vec{a}$

- d) Biết hợp lực xác định lực thành phần.

Loại 1 :

### HIỆN TƯỢNG TĂNG HOẶC GIẢM TRỌNG LƯỢNG

#### BÀI TẬP MẪU

#### ĐỘ CHỈ CỦA LỰC KẾ TRONG THANG MÁY

**125** Trong một thang máy có treo một lực kế. Một người đứng trong thang máy treo một vật khối lượng  $m = 10\text{kg}$  vào lực kế. Hỏi độ chỉ của lực kế và

so sánh độ chỉ này với trọng lực của vật trong các trường hợp sau đây :

- Thang máy chuyển động thẳng đều xuống dưới.
- Thang máy chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $a = g/10$
- Thang máy chuyển động chậm dần đều xuống dưới với gia tốc  $a = g/10$ .
- Thang máy rơi tự do. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

### Giải

- Chọn hệ qui chiếu gắn liền với mặt đất.

Trục tọa độ  $x'x$  hướng xuống dưới.

- Các lực tác dụng vào vật : + Trọng lực  $\vec{P}$

+ Lực đàn hồi  $\vec{F}$

- Trong mọi trường hợp đều có :

$$\vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_x + P_x = m a_x$$

$$F_x = m(a_x - g_x) \quad (*)$$

- Thang máy chuyển động thẳng đều :  $a_x = 0$

$$(*) \Rightarrow F_x = -mg = -98\text{N}$$

$$F = mg = 98\text{N}$$

Vậy lực kế chỉ giá trị bằng trọng lực.

- Thang máy chuyển động nhanh dần đều xuống dưới

$$\vec{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow a_x = a = 0,98\text{m/s}^2$$

$$(*) \Rightarrow F_x = 10(0,98 - 9,8) = -88,2\text{N}$$

$$F = 88,2\text{N}$$

Lực kế chỉ giá trị nhỏ hơn trọng lực.

- Thang máy chuyển động chậm dần đều xuống dưới:

$$\vec{a} \text{ hướng lên} \Rightarrow a_x = -a = -0,98\text{m/s}^2$$

$$(*) \Rightarrow F_x = 10(-0,98 - 9,8) = -107,8\text{N}$$

$$F = 107,8\text{N}$$

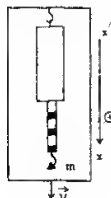
Lực kế chỉ giá trị lớn hơn trọng lực

- Thang máy rơi tự do :  $a_x = g$

$$(*) \Rightarrow F_x = 0$$

$$F = 0$$

Lực kế chỉ số 0 : đó là trường hợp không trọng lượng.



## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**26** Một vật có khối lượng  $m = 20\text{kg}$  đặt trên sàn thang máy. Tính trọng lượng của vật và phản lực của sàn lên vật trong các trường hợp :

- a) Thang máy đi lên thẳng đều.
- b) Thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $a = 1\text{m/s}^2$ .
- c) Thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc  $a = 1\text{m/s}^2$ .
- d) Thang máy rơi tự do. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

- Gọi  $\vec{P}'$  : Trọng lượng của vật

$\vec{N}$  : Phản lực của sàn lên vật.      Với :  $P' = N$  (độ lớn)

- Lấy hệ qui chiếu gắn liền với mặt đất, trục  $x'x$  hướng lên.

- Có :  $\vec{P} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}$

$$P_x + N_x = ma_x$$

$$\Rightarrow P' = N = m(ax + g) \quad (*)$$

a)  $a_x = 0 \quad \Rightarrow \quad P' = N = mg = 196\text{N}$

b)  $\vec{a}$  hướng lên :  $a_x = a = 1\text{m/s}^2$   
 $(*) \Rightarrow P' = N = 216\text{N}$

c)  $\vec{a}$  hướng xuống :  $a_x = -a = -1\text{m/s}^2$   
 $(*) \Rightarrow P' = N = 176\text{N}$

d)  $a_x = -g$  nên  $(*) \Rightarrow P' = N = 0$ .

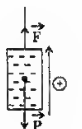


**27** Dùng trục quay để kéo một thùng nước từ giếng sâu 8m. Nếu thùng nước chuyển động thẳng đều đi lên thì dây có thể chịu được thùng nước có khối lượng lớn nhất là 20kg. Để thùng nước đi lên nhanh dần đều và sau thời gian 4s đến mặt đất thì khối lượng thùng nước chỉ có thể lớn nhất là bao nhiêu ? Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

- Chuyển động thẳng đều :  $T_{\max} = mg = 196\text{N}$

- Chuyển động nhanh dần đều :  $+ a = \frac{2h}{t^2} = 1\text{m/s}^2$   
 $+ T_{\max} - m'g = m'a$   
 $m' = \frac{T_{\max}}{a + g} \approx 18,15\text{kg}$



**123** Một vật  $m = 10\text{kg}$  treo vào trần một buồng thang máy có khối lượng  $M = 200\text{kg}$ . Vật cách sàn  $2\text{m}$ . Một lực  $F$  không đổi kéo buồng thang máy đi lên.

1. Biết gia tốc của buồng là  $1\text{m/s}^2$ , tính lực kéo  $F$  và lực căng của dây treo vật.

2. Trong lúc buồng đi lên, dây treo vật bị đứt. Tính gia tốc ngay sau đó của buồng.

3. Tính thời gian để vật rơi xuống sàn buồng. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Học viện Quan hệ Quốc tế - 1996)

### Hướng dẫn

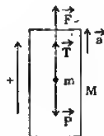
$$1. \bullet \vec{F} + (M + m)\vec{g} = (M + m)\vec{a}$$

$$F - (M + m)g = (M + m)a$$

$$F = (M + m)(g + a) = 2310\text{N}$$

$$\bullet \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$T = m(g + a) = 110\text{N}$$



2. Khi không có  $m$  thì :  $F - Mg = Ma' \Rightarrow a' = \frac{F}{M} - g = 1,55\text{m/s}^2$

3. Lấy hệ qui chiếu gắn liền với mặt đất.

Gốc tọa độ là vị trí sàn lúc dây treo đứt.

Gốc thời gian là lúc dây đứt.

• Phương trình rơi tự do :  $x_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t + 2$

• Phương trình chuyển động của sàn :  $x_2 = \frac{1}{2}a't^2 + V_0t$

• Lúc vật gặp sàn :  $x_1 = x_2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4}{g+a}} \approx 0,588\text{s}$ .

**Loại 2 :**

## HỆ VẬT NỐI VỚI NHAU BẰNG SỢ DÂY KHÔNG DẪN

### BÀI GIẢI MẪU

#### HAI VẬT NỐI VỚI NHAU BẰNG DÂY KHÔNG DẪN

**129** Hai vật A và B có thể trượt trên mặt bàn nằm ngang và được nối với nhau bằng sợi dây không dẫn, khối lượng không đáng kể. Khối lượng hai vật là  $m_A = 2\text{kg}$ ,  $m_B = 1\text{kg}$ . Ta tác dụng vào vật A một lực  $F = 9\text{N}$  theo phương song song với mặt bàn. Hệ số ma sát giữa hai vật với mặt bàn là  $\mu = 0,2$ .

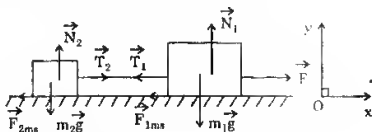
Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) **Bảng hình vẽ phân tích các lực tác dụng vào mỗi vật.**

b) **Tính gia tốc chuyển động và sức căng của dây nối.**

### Giải

a) **Phân tích các lực tác dụng vào vật :**



b) **Tính gia tốc và lực căng dây :**

- Vật A :  $\vec{m}_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{f}_{1ms} = m_1 \vec{a}_1$

Chiều xuống Ox :  $F - T_1 - f_{1ms} = m_1 a_1$

Chiều xuống Oy :  $-m_1 g + N_1 = 0$

Với  $f_{1ms} = \mu N_1 = \mu m_1 g$  nên :  $F - T_1 - \mu m_1 g = m_1 a_1$

(1)

- Vật B :  $\vec{m}_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_{2ms} = m_2 \vec{a}_2$

Chiều xuống Ox :  $T_2 - f_{2ms} = m_2 a_2$

Chiều xuống Oy :  $-m_2 g + N_2 = 0$

Với  $f_{2ms} = \mu N_2 = \mu m_2 g$  nên  $T_2 - \mu m_2 g = m_2 a_2$

(2)

- Chú ý rằng :  $T_1 = T_2 = T$  và  $a_1 = a_2 = a$  nên :

(1)  $\Rightarrow F - T - \mu m_1 g = m_1 a$

(3)

(2)  $\Rightarrow T - \mu m_2 g = m_2 a$

(4)

Cộng (3) và (4) :  $F - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$

$\Rightarrow a = \frac{F - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = 1\text{m/s}^2$

- (4)  $\Rightarrow T = m_2(a + \mu g)$

$T = 1(1 + 0,2 \times 10) = 3\text{N}$

\* Ta cũng có thể coi hệ trên như một vật có khối lượng  $(m_1 + m_2)$  chịu tác dụng lực  $\vec{F}$  và  $\vec{f}_{ms}$  theo phương ngang nên :

$\vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{f}_{ms}}{m_1 + m_2} \Rightarrow a = \frac{F - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}$

## HỆ HAI VẬT ĐƯỢC KÉO BẰNG LỰC XIÊN GÓC SO VỚI PHƯƠNG NGANG

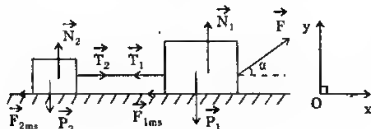
**130** Hai vật cùng khối lượng  $m = 1\text{ kg}$  được nối với nhau bằng sợi dây không giãn và khối lượng không đáng kể, một trong hai vật chịu tác dụng



lực kéo  $\vec{F}$  hợp với phương ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ .

Hai vật có thể trượt trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát giữa vật và bàn là  $\mu = 0,268$ . Biết rằng dây chỉ chịu được lực căng lớn nhất là  $10\text{ N}$ . Tính lực kéo lớn nhất để dây không đứt. Lấy  $\sqrt{3} = 1,732$ .

**Giải**



• Vật 1:  $\vec{F} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{f}_{1ms} = m_1 \vec{a}_1$

Chiếu xuống Ox:  $F \cos 30^\circ - T_1 - f_{1ms} = m_1 a_1$  (1)

Chiếu xuống Oy:  $F \sin 30^\circ - P_1 + N_1 = 0$

$\Rightarrow N_1 = P_1 - F \sin 30^\circ$

nên:  $f_{1ms} = \mu N_1 = \mu(mg - F \sin 30^\circ)$

(1)  $\Rightarrow F \cos 30^\circ - T_1 - \mu(mg - F \sin 30^\circ) = m_1 a_1$  (2)

• Vật 2:  $\vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{f}_{2ms} = m_2 \vec{a}_2$

Chiếu xuống Ox:  $T_2 - f_{2ms} = m_2 a_2$  (3)

Oy:  $-P_2 + N_2 = 0$

Có:  $f_{2ms} = \mu N_2 = \mu m_2 g$

(3)  $\Rightarrow T_2 - \mu m_2 g = m_2 a_2$  (4)

Chú ý rằng:  $m_1 = m_2 = m$ ;  $T_1 = T_2 = T$ ;  $a_1 = a_2 = a$  nên

(2)  $\Rightarrow F \cos 30^\circ - T - \mu(mg - F \sin 30^\circ) = ma$  (5)

(4)  $\Rightarrow T - \mu mg = ma$  (6)

(5) và (6) cho:  $T = \frac{T(\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ)}{2} \leq T_{\max}$

$$F \leq \frac{2T_{\max}}{\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ} = \frac{2 \times 10}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,268 \cdot \frac{1}{2}} = 20$$

$F_{\max} = 20\text{ N}$ .



## HAI VẬT NỐI QUA RÒNG RỌC CỐ ĐỊNH

**131** Hai vật A và B có khối lượng lần lượt  $M_A = 600\text{g}$ ,  $M_B = 400\text{g}$  được nối với nhau bằng sợi dây nhẹ không dãn và vắt qua ròng rọc cố định như hình vẽ. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và lực ma sát giữa dây với ròng rọc. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính :



- Gia tốc chuyển động của mỗi vật và sức căng dây.
- Vận tốc chuyển động của mỗi vật sau khi thả ra 2s và quãng đường đi được.

**Giải**

a) Gia tốc và sức căng dây :

- Khi thả : A đi xuống, B đi lên (vì  $M_A > M_B$ ) luôn luôn có

$$T_A = T_B = T; \quad a_A = a_B = a$$

- Vật A :  $m_A \cdot g - T = m_A \cdot a$  (1)

$$T - m_B \cdot g = m_B \cdot a$$
 (2)

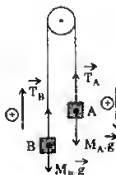
- (1) + (2)  $\Rightarrow (m_A - m_B)g = (m_A + m_B)a$

$$\Rightarrow a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \cdot g = \frac{600 - 400}{600 + 400} \times 10 = 2\text{m/s}^2$$

- (2)  $\Rightarrow T = m_B(a + g) = 0,4(2 + 10) = 4,8\text{N}$

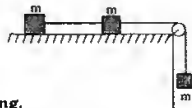
- b) Vận tốc và quãng đường sau 2s :  $V = at = 4\text{m/s}$

$$+ S = \frac{1}{2}at^2 = 4\text{m}.$$



## VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRÊN MẶT NẴM NGANG NỐI VỚI VẬT CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỨNG

**132** Ba vật có cùng khối lượng  $m = 200\text{g}$  được nối với nhau bằng dây nối không dãn như hình vẽ. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là  $\mu = 0,2$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



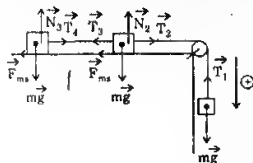
- Tính gia tốc và sức căng dây khi hệ chuyển động.

b) Sau 1s kể từ lúc thả không vận tốc đầu thì dây nối qua ròng rọc bị đứt. Tính quãng đường đi được của hai vật trên bàn kể từ lúc dây đứt đến khi chúng dừng lại với giả thiết bàn đủ dài.

**Giải**

- Gia tốc và sức căng dây :

$$\text{Có: } \begin{cases} T_1 = T_2 = T \\ T_3 = T_4 = T' \\ a_1 = a_2 = a_3 = a \end{cases}$$



$$\text{Và } \begin{cases} mg - T = ma & (1) \\ T - T' - f_{ms} = ma & (2) \\ T' - f_{ms} = ma & (3) \end{cases}$$

Cộng 3 phương trình :  $mg - 2f_{ms} = 3ma$

$$mg - 2\mu mg = 3ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{1 - 2\mu}{3} g = \frac{1 - 2 \times 0,2}{3} \times 10 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$(1) \Rightarrow T = m(g - a) = 0,2(10 - 2) = 1,6 \text{ N}$$

$$(3) \Rightarrow T' = f_{ms} + ma = m(\mu g + a) = 0,2(0,2 \cdot 10 + 2) = 0,8 \text{ N}$$

b) *Quãng đường vật đi được kể từ dây đứt :*

+ Vận tốc lúc dây đứt :  $V_0 = a \cdot t = 2 \text{ m/s}$

+ Gia tốc vật trên bàn sau khi dây đứt :  $a_x = \frac{-f_{ms}}{m} = -\mu g = -2 \text{ m/s}^2$

+ Áp dụng :  $V^2 - V_0^2 = 2a_x' \cdot S$

$$0 - V_0^2 = 2a_x' \cdot S \Rightarrow S = -\frac{V_0^2}{2a_x'} = -\frac{2^2}{2(-2)} = 1 \text{ m}$$

## HAI VẬT NỐI QUA RÒNG RỌC CỐ ĐỊNH VÀ RÒNG RỌC ĐỘNG

**133** Hai vật có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  được nối qua hệ hai ròng rọc như hình vẽ. Bỏ qua ma sát, khối lượng dây nối và khối lượng ròng rọc, dây không giãn. Tính gia tốc chuyển động với sự căng dây khi thả cho hệ chuyển động. Áp dụng  $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Giải*

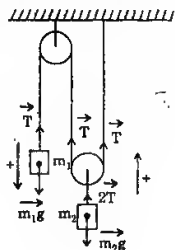
- Ta chưa thể biết chiều chuyển động của mỗi vật. Ta chọn chiều dương cho mỗi vật như hình vẽ.
- Khi thả, sau thời gian  $t$  vật  $m_1$  sẽ chuyển động được quãng đường  $S_1$  và  $m_2$ . Chuyển động quãng đường  $S_2$  mà :

$$S_2 = \frac{1}{2} S_1$$

$$\text{Với } \begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} a_{1x} t^2 \\ S_2 = \frac{1}{2} a_{2x} t^2 \end{cases} \text{ nên : } a_{2x} = \frac{a_{1x}}{2}$$

• Vật  $m_1$  :  $m_1 g - T = m_1 a_x$  (1)

Vật  $m_2$  :  $2T - m_2 g = m_2 \cdot \frac{a_x}{2}$  (2)



$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow 2m_1g - m_2g = \left(2m_1 + \frac{m_2}{2}\right)a$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}g \quad \text{hay} \quad a = \frac{2|2m_1 - m_2|}{4m_1 + m_2}g$$

Nếu  $m_1 > \frac{m_2}{2}$  thì các vật chuyển động theo chiều dương

$m_1 = \frac{m_2}{2}$  khi thả không vận tốc đầu, các vật đứng yên.

$$\bullet (1) \Rightarrow T = m_1(g - ax) = m_1 \left[ g - \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2} \right] = \frac{3m_1m_2}{4m_1 + m_2}g$$

$$\bullet m_1 = m_2 \text{ thì : } a_x = 0,4g = 4\text{m/s}^2 \quad \text{và} \quad T = 0,6mg = 6\text{N}$$

Vậy : Sức căng dây nối với vật  $m_1$  là 6N và nối với  $m_2$  là  $2T = 12\text{N}$ .

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**134** Hai vật nối với nhau bởi sợi dây không giãn và được kéo lên nhờ lực  $\vec{F}$  hướng lên như hình vẽ. Tính độ lớn cực đại của lực  $\vec{F}$  để dây nối hai vật không đứt, biết nó chịu được lực căng cực đại là 20N.



$$\text{DS : } F_{\text{max}} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} T_{\text{max}} = 40\text{N}.$$

**135** Hai vật nặng khối lượng  $m_1 \neq m_2$  được mắc như hình vẽ, trong đó sợi dây không co giãn, khối lượng ròng rọc và sợi dây không đáng kể. Tính :

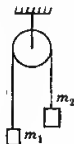
a) Giá tốc chuyển động của hệ.

b) Áp lực của ròng rọc lên giá đỡ và so sánh áp lực này với tổng trọng lực của hai vật.

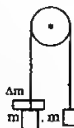
$$\text{DS : a) } a = \frac{|m_1 - m_2|}{m_1 + m_2}g$$

$$\text{b) + Sức căng } T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g$$

$$+ \text{ Áp lực : } F = 2T = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}g < (m_1 + m_2)g.$$



**136** Hai vật cùng khối lượng  $m_1 = m_2 = m = 1,9\text{kg}$  nối với nhau qua ròng rọc như hình vẽ. Dây nối không co giãn, ròng rọc và dây nối có khối lượng không đáng kể. Lúc đầu hai vật đứng yên và cách nhau 0,5m theo phương thẳng đứng. Ta đặt thêm vào một trong hai vật một gia trọng  $\Delta m$  thì sau 1s chúng cùng độ cao.



a) Tính  $\Delta m$ .

b) Khi hai vật cùng độ cao, ta lấy gia trọng  $\Delta m$  ra thì bao lâu sau kể từ lúc lấy gia trọng hai vật lại cách nhau 0,5m. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$a) \quad a = \frac{\Delta m}{2m + \Delta m} \times g$$

Khi ngang nhau, mỗi vật đi được  $\frac{S}{2}$  nên :

$$S = at^2 = \frac{\Delta m}{2m + \Delta m} \cdot g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{2mS}{gt^2 - S} = 0,2\text{kg}$$

b) Lúc ngang nhau :  $V = at = 0,5\text{m/s}$

Sau đó vật chuyển động thẳng đều và :

$$\frac{S}{2} = V \cdot t' \quad \Rightarrow \quad t' = \frac{S}{2V} = 0,5\text{s}.$$

**137** Trên mặt phẳng nằm ngang có hai vật khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$  và  $m_2 = 2\text{kg}$  nối với nhau bởi sợi dây, khối lượng không đáng kể và không co giãn. Vật  $m_1$  bị kéo theo phương ngang bởi một lò xo đang bị dãn ra một đoạn  $x = 2\text{cm}$ . Độ cứng của lò xo là  $K = 300\text{N/m}$ . Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính gia tốc chuyển động của vật.

b) Tính sức căng của dây nối với hai vật.

### Hướng dẫn

$$a) \quad F = K \cdot x = 6\text{N}$$

$$b) \quad T = m_2(a + g) = 4\text{N}.$$

$$a = \frac{F - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = 1\text{m/s}^2.$$

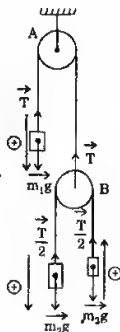
**138** Có 3 vật  $m_1 = 6\text{kg}$ ;  $m_2 = 3\text{kg}$  và  $m_3 = 2\text{kg}$  được mắc qua hai ròng rọc như hình vẽ. Tính gia tốc chuyển động của mỗi vật. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

- Tự chọn các chiều dương cho chuyển động của các vật như hình vẽ.
- Gọi  $a_1$  là giá trị đại số của gia tốc vật  $m_1$  đối với đất.  $a_0$  là giá trị đại số của gia tốc của  $m_2$  đối với ròng rọc B thì gia tốc của  $m_2$  và  $m_3$  đối với đất là :

$$a_2 = a_0 - a_1$$

$$a_3 = a_0 + a_1$$



$$\bullet \begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_1 \\ m_2 g - \frac{T}{2} = m_2 (a_0 - a_1) \\ -m_3 g + \frac{T}{2} = m_3 (a_0 + a_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a_1 &= \frac{10}{9} \text{ m/s}^2, & a_0 &= 2a_2 = \frac{20}{9} \text{ m/s}^2, \\ a_2 &= \frac{10}{9} \text{ m/s}^2, & a_3 &= \frac{30}{9} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

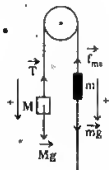
**139** Một vật nặng khối lượng  $M = 600\text{g}$  nối với vật  $m = 400\text{g}$  bằng sợi dây không đàn và bắt qua ròng rọc như hình vẽ, trong đó vật  $m$  trượt so với dây. Biết lực ma sát trượt của dây tác dụng lên vật là  $f_{ms} = 4,32\text{N}$ .

Tính gia tốc  $a_0$  của vật  $m$  đối với dây. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

Gọi  $a$  là độ lớn gia tốc của  $M$  đối với đất. Có :

$$\begin{cases} Mg - T = Ma & \text{với } T = f_{ms} \\ mg - f_{ms} = m(a_0 - a) \end{cases} \Rightarrow a_0 = \frac{2Mm \cdot g - (M + m) \cdot f_{ms}}{M \cdot m} = 2\text{m/s}^2.$$



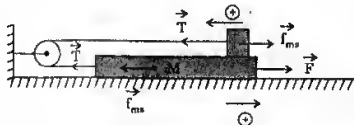
**140** Một tấm ván khối lượng  $M = 2\text{kg}$  có thể trượt không ma sát trên mặt sàn nằm ngang và khối gỗ khối lượng  $m = 1\text{kg}$  đặt tiếp xúc như hình vẽ. Hệ số ma sát trượt giữa gỗ và ván là  $\mu = 0,3$ . Tác dụng vào ván lực  $F = 9\text{N}$  theo phương song song với mặt sàn. Hỏi sau thời gian  $t = 0,5\text{s}$  kể từ lúc tác dụng lực  $F$  thì gỗ đã trượt quãng đường bao nhiêu so với ván. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} F - T - f_{ms} = M \cdot a \\ T - f_{ms} = m \cdot a \end{cases}$$

Với  $f_{ms} = f_{ms} = \mu mg$

$$\Rightarrow a = \frac{F - 2\mu mg}{M + m} = 1\text{m/s}^2$$



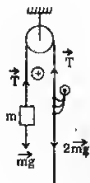
So với đất, gỗ (và ván) di được :  $S_1 = \frac{1}{2}at^2 = 0,125\text{m}$

So với ván, gỗ di được :  $S = 2S_1 = 0,15\text{m}$ .

**141** Một sợi dây không co đàn được vắt qua một ròng rọc cố định như hình vẽ. Một đầu treo một vật nặng khối lượng là  $m$ , còn đầu kia một người khối lượng  $2m$  đang leo lên với gia tốc  $a_0$  đối với dây. Tìm gia tốc của người ấy đối với đất.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} T - mg = m \cdot a_{1x} \\ T - 2mg = 2ma_{2x} = 2m(a_0 - a_{1x}) \end{cases}$$



$$\Rightarrow a_{1x} = \frac{2a_0 + g}{3} \Rightarrow a_{2x} = \frac{a_0 - g}{3}$$

**142** Một sợi dây lúc đầu có một phần thông ra ngoài mép bàn (Hình vẽ). Khi chiều dài phần thông ra ngoài bằng  $\frac{1}{5}$  chiều dài cả dây thì bắt đầu trượt.

Tính hệ số ma sát trượt giữa dây và mặt bàn (phần dây thông ra khỏi bàn coi như không chạm vào mặt bên của bàn).

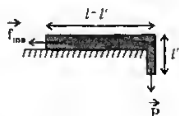


### Hướng dẫn

Dây bắt đầu trượt khi trọng lực phần dây thông ra khỏi bàn hơi lớn hơn lực ma sát.

Gọi  $m$  là khối lượng 1 đơn vị độ dài của dây thì :

$$m'l'g = \mu m(l - l')g \Rightarrow \mu = 0,25$$

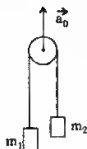


**143** Hai vật nặng khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ) nối với nhau bằng dây không co giãn qua ròng rọc như hình vẽ. Ròng rọc được kéo lên theo phương thẳng đứng nhanh dần đều với gia tốc  $a_0$  (đối với đất).

a) Tính gia tốc của hai vật so với đất.

b) Xác định hướng của các gia tốc vừa tính.

Bỏ qua khối lượng dây, khối lượng ròng rọc và ma sát không đáng kể.



### Hướng dẫn

a) Đối với ròng rọc các vật chuyển động theo chiều như hình vẽ với độ lớn gia tốc là  $a$ .

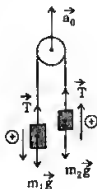
$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_{1x} = m_1 (a - a_0) \\ -m_2 g + T = m_2 a_{2x} = m_2 (a + a_0) \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (a_0 + g)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_{1x} = \frac{-2m_2 a_0 + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \\ a_{2x} = \frac{2m_1 a_0 + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} > 0 \end{cases}$$

b) •  $\vec{a}_1$  hướng xuống nếu  $a_{1x} > 0 \Rightarrow a_0 < \frac{m_1 - m_2}{2m_2} g$

•  $\vec{a}_1$  hướng lên nếu  $a_{1x} < 0 \Rightarrow a_0 > \frac{m_1 - m_2}{2m_2} g$

•  $a_{2x}$  luôn luôn  $> 0$  nên  $\vec{a}_2$  luôn luôn hướng lên.



**144** Một người có khối lượng  $M$  đứng trên sàn một cái lồng có khối lượng  $m < M$  kéo vào đầu sợi dây như hình vẽ để kéo lồng lên cao. Gia tốc chuyển

động của lồng là  $a$ .

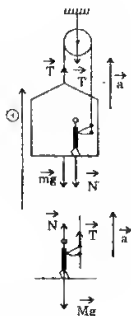
Tính áp lực của người lên sàn lồng và len rang rọc, coi rằng người đứng chính giữa sàn

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} T - N' - mg = ma & \text{với } N' = N \\ T + N - Mg = Ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow T' = 2T = (M + m)(g + a)$$

$$\text{và } N' = \frac{(M - m)(g + a)}{2}$$



**Loại 3 :**

### VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG

#### VẬT TRƯỢT TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG CÓ MA SÁT

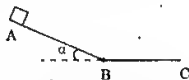
**145** Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Hệ số ma sát trượt là  $\mu = 0,3464$ . Chiều dài mặt phẳng nghiêng là  $l = 1\text{m}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$  và  $\sqrt{3} = 1,732$ .

a) Tính gia tốc chuyển động của vật.

b) Tính thời gian và vận tốc khi vật đến cuối mặt phẳng nghiêng (B).

c) Sau khi đi hết mặt phẳng nghiêng, vật tiếp tục trượt trên mặt ngang. Hệ số ma sát trượt vẫn là  $\mu = 0,3464$ .

Tính quãng đường vật trượt được cho đến khi dừng lại trên mặt ngang. Biết rằng khi đến cuối dốc (B), vận tốc của vật chỉ đổi hướng chứ không đổi độ lớn.



**Giải**

a) Gia tốc chuyển động của vật trên mặt phẳng nghiêng :

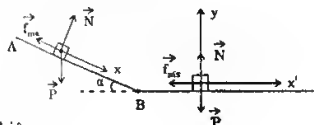
+ Các lực tác dụng vào vật :

- Trọng lực  $\vec{P}$ .
- Lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$ .
- Phản lực  $\vec{N}$  của mặt phẳng nghiêng.

+ Hợp lực :  $\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{ms} = \vec{ma}$

Chiều lên Ox :  $P \sin \alpha - f_{ms} = ma_x \Rightarrow mgsin \alpha - \mu N = ma_x \quad (1)$

Chiều lên Oy :  $-P \cos \alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \quad (2)$



(1) và (2) cho :  $mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha = ma_x$

$$\Rightarrow a_x = g(sin\alpha - \mu cos\alpha) = 10 \left( \frac{1}{2} - 0,3464 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

hay :  $a = 2m/s^2$ .

b) Thời gian trượt hết dốc và vận tốc cuối dốc :

$$+ S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{2}} = 1s$$

$$+ V = a.t = 2 \times 1 = 2m/s.$$

c) Quãng đường vật trượt được trên mặt phẳng ngang:

- + Các lực tác dụng vào vật :
- Trọng lực  $\vec{mg}$
  - Phản lực  $\vec{N'}$
  - Lực ma sát  $\vec{f_{ms}}$  của mặt ngang.

$$+ \text{Hợp lực : } \vec{F'} = \vec{P} + \vec{N'} + \vec{f_{ms}} = \vec{ma'}$$

$$\text{Chiều xuống trục } x' : -f'_{ms} = ma'_x$$

$$-\mu N' = ma'_x \quad (3)$$

$$\text{Chiều xuống trục } y' : -P + N' = 0$$

$$N' = mg \quad (4)$$

$$(3) \text{ và } (4) : a'_x = -\mu g = -3,464m/s^2$$

$$+ \text{ Khi vật dừng : } 0 - V^2 = 2a'_x \cdot l_{max}$$

$$\Rightarrow l_{max} = \frac{-V^2}{2a'_x} = \frac{2^2}{2(3,464)} \approx 0,577m.$$

## MẶT PHẪNG NGHIÊNG VỚI RÒNG RỌC CỐ ĐỊNH

**166** Xem hệ cơ liên kết như hình vẽ với :

$$+ m_1 = 3kg$$

$$+ m_2 = 1kg$$

+ Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $\mu = 0,1$ .

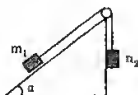
$$+ \alpha = 30^\circ$$

$$+ g = 10m/s^2$$

+ Dây nối không co giãn.

+ Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây nối.

Tính gia tốc của vật và sức căng dây.

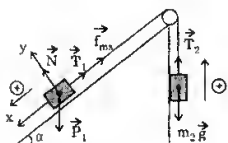




### Giải

- + Trước nhất ta chưa biết chiều chuyển động của 2 vật nên ta giả thiết vật  $m_1$  trượt xuống mặt phẳng nghiêng và  $m_2$  đi lên, lúc đó lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$  có chiều như hình vẽ. Vật chuyển động nhanh dần đều nên với chiều dương đã chọn nếu ta tính được  $a > 0$  thì chiều chuyển động đã giả thiết là đúng, nếu  $a < 0$  thì chiều chuyển động ngược lại.

- + Các lực tác dụng vào  $m_1$  :
- Trọng lực  $m_1 \vec{g}$



- Phản lực  $\vec{N}$
- Sức căng  $\vec{T}_1$  (có độ lớn là  $T$ )
- Lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$  (có độ lớn là  $f_{ms} = \mu N$ )

Hợp lực :  $m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{f}_{ms} = m_1 \vec{a}_1$

Chiếu xuống hệ trục vuông góc xOy :

$$\begin{cases} m_1 g \sin \alpha - T - \mu N = m a & (|\vec{a}_1| = a) \\ -m_1 g \cos \alpha + N = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha = m a \quad (1)$$

- + Các lực tác dụng vào  $m_2$  :
- Trọng lực  $m_2 \vec{g}$
  - Sức căng  $\vec{T}_2$  (với  $|\vec{T}_2| = T$ )

Hợp lực :  $m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$  hay :  $-m_2 g + T = m_2 a$  (2)  
(với  $|\vec{a}_2| = a$ )

- + Cộng (1) và (2) :  $m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha - m_2 g = (m_1 + m_2) a$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha - m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{3 \times 10 \cdot \frac{1}{2} - 0,13 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10 - 1 \cdot 10}{4} \approx 0,6 \text{ m/s}^2$$

Ta thấy  $a > 0$ , vậy chiều chuyển động đã chọn là đúng.

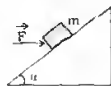
- + (2)  $\Rightarrow T = m_2(g + a) = 10,6 \text{ N}$ .

### VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG CHỊU THÊM LỰC TÁC DỤNG

**147** Một vật khối lượng  $m$  có thể trượt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát là  $\mu$ . Lực  $\vec{F}$  có phương nằm ngang tác dụng

vào vật. Tính độ lớn lực  $\vec{F}$  khi vật chuyển động thẳng đều trong hai trường hợp :

- a) Vật đi lên  
b) Vật đi xuống.



**Giải**

a) *Vật đi lên :*

$$\text{Hợp lực tác dụng vào vật : } \vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$$

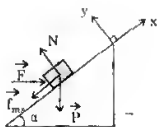
Chiếu xuống hệ trục xOy như hình vẽ :

$$\begin{cases} F \cos \alpha - mg \sin \alpha - f_{ms} = 0 & \text{với } f_{ms} = \mu N \\ -F \sin \alpha - mg \cos \alpha + N = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu(F \sin \alpha + mg \cos \alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow F = mg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}$$

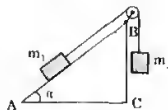


b) *Vật đi xuống :* Lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$  hướng lên

$$\text{Liệu luận tương tự ta được : } F = mg \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**148** Nêm ABC có đáy AC nằm ngang trên mặt đất, cạnh BC đứng thẳng và góc  $\alpha = 30^\circ$  (Hình vẽ). Hai vật có khối lượng  $m_1 = 1\text{ kg}$  và  $m_2 = 2\text{ kg}$  được buộc vào hai đầu một đoạn dây vắt qua ròng rọc. Khối lượng của ròng rọc và dây không đáng kể. Ban đầu  $m_2$  được giữ ở độ cao  $h = 1\text{ m}$  so với mặt đất. Thả cho hệ thống chuyển động không có vận tốc ban đầu,  $m_1$  trượt trên mặt phẳng nghiêng với hệ số ma sát  $\mu = 0,23$ . Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Tính : gia tốc  $a$  của  $m_2$ , lực căng dây  $T$  và vận tốc  $V$  của  $m_2$  khi nó sắp chạm đất.

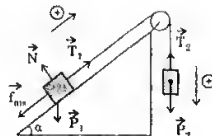


(Trích đề thi HS giỏi Vật lý - 1986)

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} T - f_{ms} - P_1 \sin 30^\circ = m_1 a \\ -T + P_2 = m_2 a \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_2 - f_{ms} - P_1 \sin 30^\circ}{m_1 + m_2}$$

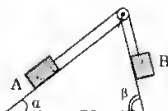


$$a = \frac{m_2 - \mu m_1 \cos 30^\circ - m_1 \sin 30^\circ}{m_1 + m_2} \times g \approx 4,3 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_2(g - a) \approx 11,3 \text{ N}$$

$$V = \sqrt{2ah} \approx 2,94 \text{ m/s.}$$

**149** Vật A ( $m_A = 2 \text{ kg}$ ) và B ( $m_B = 1 \text{ kg}$ ) nối với nhau bằng dây không giãn qua ròng rọc như hình vẽ. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và khối lượng dây nối hai vật A và B có thể trượt không ma sát trên hai mặt phẳng nghiêng hợp với mặt ngang góc  $\alpha = 30^\circ$  và  $\beta = 30^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính gia tốc và sức căng dây.



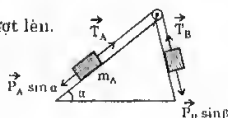
### Hướng dẫn

- Vì  $P_B \sin \beta > P_A \sin \alpha$  nên B trượt xuống, A trượt lên.

$$\begin{cases} T - m_A g \sin \alpha = m_A \cdot a \\ m_B \cdot g \sin \beta - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_B \cdot \sin \beta - m_A \cdot \sin \alpha}{m_A + m_B} \times g = 0,122 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_A(g \sin \alpha + a) = 10,244 \text{ N.}$$



**150** Hai miếng gỗ A và B chồng lên nhau, sau đó chúng đặt trên mặt phẳng nghiêng như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa hai miếng gỗ là  $\mu_1$ , giữa miếng gỗ B và mặt phẳng nghiêng là  $\mu_2$ .

Khi thả ra, giả sử cả hai miếng gỗ đều trượt thì miếng gỗ dưới B có thể trượt nhanh hơn miếng gỗ trên A không?

### Hướng dẫn

- Nếu gỗ B trượt nhanh hơn thì:  $a_B > a_A$

- Hợp lực tác dụng vào A:

$$\vec{f}_{1ms} + \vec{N}_A + \vec{P}_A = m_A \cdot \vec{a}_A$$

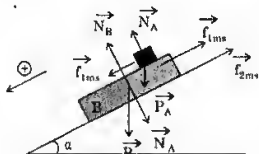
$$f_{1ms} + P_A \sin \alpha = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{f_{1ms}}{m_A} + g \sin \alpha$$

- Hợp lực tác dụng vào B:

$$\vec{f}_{1ms} + \vec{f}_{2ms} + \vec{P}_B + \vec{N}_B + N_B = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$\Rightarrow a_B = -\frac{f_{1ms} + f_{2ms}}{m_B} + g \sin \alpha < a_A$$

Trái với giả thiết, vậy B không thể trượt nhanh hơn A.



**151** Cùng với giả thiết như bài 150, tìm điều kiện để :

- Miếng gỗ A trượt nhanh hơn B.
- Hai miếng gỗ A và B cùng trượt nhanh như nhau.

### Hướng dẫn

- Hợp lực tác dụng vào A :  $\vec{f}_{ms} + \vec{N}_A + \vec{P}_A = m_A \cdot \vec{a}_A$

$$\Rightarrow -f_{1ms} + P_A \sin \alpha = m_A \cdot a_A$$

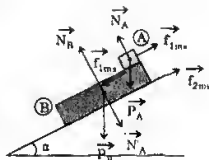
$$\Rightarrow a_A = g \sin \alpha - \mu_1 g \cos \alpha \quad (1)$$

- Hợp lực tác dụng vào B :

$$\vec{f}_{1ms} + \vec{f}_{2ms} + \vec{P}_B + \vec{N}_B + \vec{N}'_B = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$\Rightarrow f_{1ms} - f_{2ms} + P_B \sin \alpha = m_B \cdot a_B$$

$$\text{Với } \begin{cases} f_{1ms} = f_{1ms} = \mu_1 m_A \cdot g \cdot \cos \alpha \\ f_{2ms} = \mu_2 (m_A + m_B) g \cos \alpha \end{cases}$$



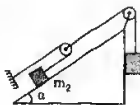
$$\text{nên : } a_B = g \sin \alpha - \mu_2 \frac{m_A + m_B}{m_B} g \cos \alpha + \mu_1 \frac{m_A}{m_B} g \cos \alpha$$

- Với  $B_A > B_B$  (2)

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } \mu_1 < \mu_2$$

- 2 vật cùng trượt nhanh như nhau :  $\mu_1 \geq \mu_2$ .

**152** Vật  $m_1 = 3\text{kg}$  và  $m_2 = 2\text{kg}$  liên kết với nhau như hình vẽ. Bỏ qua: ma sát, khối lượng ròng rọc và dây nối. Tính quãng đường mỗi vật đi được sau 1s. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$



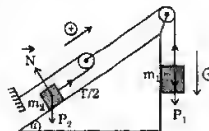
### Hướng dẫn

- Vật  $m_1$  đi xuống  $m_2$  đi lên.
- Trong cùng thời gian  $t$ , vật  $m_2$  đi được quãng đường gấp 2 lần quãng đường đi được của  $m_1$  nên :  $B_2 = 2a_1$

$$\begin{cases} P_1 - T = m_1 a_1 \\ \frac{T}{2} - P_2 \sin \alpha = m_2 a_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30 - T = 3a_1 \\ \frac{T}{2} - 10 = 4a_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{10}{11} \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{5}{11} \text{ m} \\ S_2 = 2S_1 = \frac{10}{11} \text{ m} \end{cases}$$

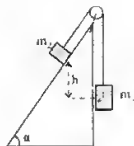


**153** Vật  $m_2 = 3\text{kg}$  trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  còn  $m_1 = 1\text{kg}$  chuyển động thẳng đứng, hai vật nối với nhau bằng dây không đàn và khối lượng không đáng kể qua ròng rọc nhẹ (Hình vẽ). Thả cho h

chuyển động với vận tốc đầu bằng 0. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính gia tốc chuyển động của mỗi vật.

b) Lúc đầu hai vật cách nhau  $h = 0,75\text{m}$  theo phương thẳng đứng. Hỏi lúc gặp nhau mỗi vật có vận tốc bao nhiêu?



### Hướng dẫn

a) Vì  $P_2 \sin \alpha > P_1$  nên  $m_2$  đi xuống  $m_1$  đi lên.

$$\begin{cases} T - P_1 = m_1 a \\ P_2 \sin \alpha - T = m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{P_2 \sin \alpha - P_1}{m_1 + m_2} = 1,25 \text{ m/s}^2$$

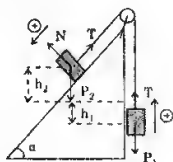
b) • Quãng đường dịch chuyển hai vật bằng nhau :  $S_1 = S_2 = S$ .

$$\begin{cases} h_1 = S_1 = S \\ h_2 = S_2 \sin \alpha = \frac{S}{2} \end{cases}$$

$$\text{Có : } h_1 + h_2 = h = 0,75\text{m} \Rightarrow S = 0,5\text{m}$$

$$\bullet \quad t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \approx 0,9(\text{s})$$

$$\bullet \quad V = a.t = 1,25 \times 0,9 = 1,125\text{m/s.}$$



**154** Một vật khối lượng  $m = 1\text{kg}$  đặt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ .

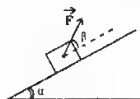
Vật được kéo bởi lực  $\vec{F}$  hợp với phương mặt phẳng nghiêng góc  $\beta$  để vật chuyển động đều đi lên trên mặt phẳng nghiêng. Biết hệ số ma sát và mặt phẳng nghiêng là  $\mu = 0,3$ .

a) Với  $\beta = 45^\circ$ , tính độ lớn lực kéo  $F$ .

b) Thay đổi góc  $\beta$  thích hợp để lực kéo bé nhất.

Tính giá trị lực bé nhất ấy.

Chú thích :  $f(x) = \cos x + a \sin x$  lớn nhất khi  $\tan x = a$ .



### Hướng dẫn

$$a) \begin{cases} F \cos \beta - f_{ms} - P \sin \alpha = 0 \\ F \sin \beta + N - P \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad \text{Với } f_{ms} = \mu N$$

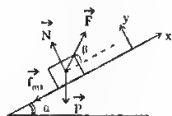
$$\Rightarrow F = mg \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \beta + \mu \sin \beta} \quad (*)$$

Với :  $\sin 15^\circ = 0,2588$ ;  $\cos 15^\circ = 0,9659$  Ta được :  $F = 7,28\text{N}$ .

b)  $(*) \Rightarrow F : \min \Leftrightarrow \cos \beta + \mu \sin \beta$  lớn nhất khi :  $\tan \beta = \mu$

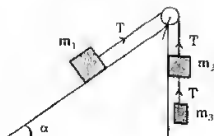
Lúc đó :  $\cos \beta + \mu \sin \beta = \cos \beta (1 + \mu \tan \beta)$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} (1 + \mu \tan \beta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} (1 + \mu^2) = \sqrt{1 + \mu^2}$$



$$(*) \Rightarrow F_{\text{mào}} = mg \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\sqrt{1 + \mu^2}} \approx 7,277N.$$

**155** Ba vật  $m_1 = 5\text{kg}$ ,  $m_2 = m_3 = 1\text{kg}$  được nối với nhau qua ròng rọc như hình vẽ, trong đó  $m_1$  trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  so với mặt ngang. Bỏ qua khối lượng dây nối và ròng rọc. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



Tính sức căng dây nối các vật.

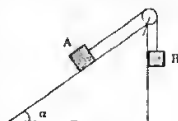
### Hướng dẫn

- $m_1$  trượt xuống dưới,  $m_2$  và  $m_3$  đi lên.
- $$\begin{cases} P_1 \sin \alpha - T = m_1 a \\ T - (P_2 + P_3) = (m_2 + m_3) a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{P_1 \sin \alpha - (P_2 + P_3)}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5}{7} \text{ m/s}^2$$
- $T = P_1 \sin \alpha - m_1 a \approx 21,4\text{N}$
- $T' = P_2 + m_3 a \approx 10,7\text{N}$ .

**156** Hai vật A và B có cùng khối lượng :  $m_A = m_B = m = 2\text{kg}$  được nối với nhau qua ròng rọc như hình vẽ. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây nối. Lúc đầu hệ đứng yên, sau đó thả cho hệ chuyển động tự do thì vật A trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ , còn B chuyển động thẳng đứng.

a) Tính vận tốc mỗi vật sau khi thả ra được 1s.

b) Sau khi thả ra được 1s, ta đốt dây nối với B. Tính quãng đường vật A trượt thêm trên mặt phẳng cho đến khi dừng lại. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$



### Hướng dẫn

$$a) \bullet \begin{cases} T - P_A \sin \alpha = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{P_B - P_A \sin \alpha}{m_A + m_B} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$\bullet \quad V_a = a \cdot t = 2,5\text{m/s}$$

b) Gia tốc vật A sau khi đốt dây :  $a' = g \sin \alpha = 5\text{m/s}^2$

$$S_{\text{max}} = \frac{V_a^2}{2a'} = 0,625\text{m}$$

**157** Chứng minh rằng ở vị trí cân bằng, phương của dây treo con lắc gắn trên trần một chiếc xe lăn xuống dốc không ma sát luôn luôn vuông góc với mặt dốc.

### Hướng dẫn

- Khi cân bằng :  $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ .
- Chiếu xuống Ox :  $P \sin \alpha + m \cos \alpha T = ma$



$$\text{hch } \vec{T} = mgsin\alpha - Psin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \vec{T} \perp Ox \text{ hay phương dây treo } \perp \text{ mặt dốc.}$$

**Loại 4 :**

### CHUYỂN ĐỘNG NÉM DỨNG

#### Tóm tắt lý thuyết

- Gia tốc :  $\vec{g}$
- Vận tốc :  $V_x = g_x \cdot t + V_{ox}$
- Phương trình chuyển động :  $x = \frac{1}{2} g_x t^2 + V_{ox} \cdot t + x_0$
- Biểu thức liên hệ giữa  $V_x$ ,  $V_{ox}$  và  $S_x$  :  $V_x^2 - V_{ox}^2 = 2g_x \cdot S_x$
- Độ cao cực đại :  $H_{max} = \frac{V_o^2}{2g}$

#### BÀI TẬP MẪU

#### CHUYỂN ĐỘNG NÉM DỨNG

**156** Người ta ném thẳng đứng lên cao một vật với vận tốc ban đầu  $v_o = 10\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Từ các phương trình chuyển động ném đứng :

$$x = \frac{1}{2} g_x t^2 + V_{ox} \cdot t + x_0 \quad (1)$$

$$V_x = g_x t + V_{ox} \quad (2)$$

$$V_x^2 - V_{ox}^2 = 2g_x \cdot S_x \quad (3)$$

hãy suy ra :

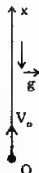
- Dộ cao cực đại mà vật lên tới được ( $H_{max}$ ).
- Thời gian vật đi lên điểm cao nhất và thời gian vật trở lại vị trí cũ kể từ lúc ném. So sánh thời gian vật đi lên và rơi xuống.
- Vận tốc của vật tại độ cao  $h = \frac{H_{max}}{2}$ .

**Giải**

Chọn : Trục tọa độ Ox thẳng đứng, chiều dương hướng lên, gốc tọa độ O là điểm ném.

a) Độ cực đại ( $H_{max}$ ) :

$$V_x^2 - V_{ox}^2 = 2g_x \cdot S_x$$



$$\text{Có } \begin{cases} V_x = 0 \\ V_{ox} = V_o = 10 \text{ m/s} \\ g_x = -g = -10 \text{ m/s}^2 \\ S_x = H_{\max} \end{cases} \quad \text{nên } 0 - V_o^2 = -2gH_{\max}$$

$$\Rightarrow H_{\max} = \frac{V_o^2}{2g} = 5 \text{ m}$$



b) Thời gian vật đi lên và rơi xuống :

$$\bullet V_x = V_{ox} + g_x t$$

$$\text{Với } \begin{cases} V_x = 0 \\ V_{ox} = V_o = 10 \text{ m/s} \\ g_x = -g = -10 \text{ m/s}^2 \end{cases} \quad \text{nên } 0 = V_o - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_o}{g} = 1 \text{ s} \quad (*)$$

$$\bullet x = \frac{1}{2} g_x t^2 + V_{ox} \cdot t + x_o$$

$$\text{Khi trở về vị trí cũ : } x = 0 \text{ nên } 0 = -\frac{1}{2} g t_2^2 + V_o \cdot t_2$$

$$0 = t_2 \left( -\frac{1}{2} g t_2 + V_o \right)$$

$$t_2 \neq 0 \Rightarrow t_2 = \frac{2V_o}{g} = 2 \text{ s}$$

$$\bullet \text{ Thời gian vật rơi xuống : } \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{V_o}{g} = 1 \text{ s}$$

Vậy : Thời gian vật đi lên và rơi xuống bằng nhau.

$$c) \text{ Vận tốc của vật tại } h = \frac{H_{\max}}{2}$$

$$V_x^2 = V_{ox}^2 + 2g_x \cdot S_x = V_o^2 - 2g \cdot \frac{H_{\max}}{2} \quad \text{với } H_{\max} = \frac{V_o^2}{2g} = \frac{V_o^2}{2}$$

$$V_x = \pm \frac{V_o}{\sqrt{2}} = \pm 5\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

(Dấu  $\pm$  chứng tỏ tại 1 điểm, vận tốc có phương thẳng đứng với 2 chiều khác nhau). 20m. ém).

## CHUYỂN ĐỘNG NÉM ĐỨNG VÀ RƠI TỰ DO

**159** Một vật được thả rơi tự do ở độ cao  $h = 95 \text{ m}$ . 1 giây sau từ mặt đất ta phóng thẳng đứng lên 1 vật có vận tốc ban đầu  $V_o = 20 \text{ m/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Lấy cùng trục tọa độ và cùng gốc thời gian, hãy viết phương trình



**162** Một vật được ném thẳng đứng lên cao với vận tốc ban đầu  $V_0$ . Hỏi ở độ cao bằng nửa độ cao cực đại mà vật có thể lên tới được  $\left(h = \frac{H_{\max}}{2}\right)$  thì vận tốc là bao nhiêu?

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} V^2 - V_0^2 = -2gh \\ h = \frac{H_{\max}}{2} = \frac{V_0^2}{4g} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}.$$

**163** Một máy bay đang bay lên thẳng đứng với vận tốc  $V_0$  thì để rơi một vật nặng. Khi vật rơi, máy bay cách mặt đất một độ cao  $H$ . Hỏi:

- Sau bao lâu thì vật rơi xuống đất.
- Vận tốc lúc chạm đất.

*Hướng dẫn*

$$a) \quad x = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t = -H \Rightarrow t = \frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2gH}}{g}$$

$$b) \quad V_x = V_{0x} + g_x \cdot t = V_0 - gt = -\sqrt{V_0^2 + 2gH}.$$

**164** Từ cùng một điểm người ta ném hai vật từ dưới lên trên theo phương thẳng đứng với cùng vận tốc ban đầu  $V_0$ , vật nọ cách vật kia một khoảng thời gian  $T$  giây. Hai vật sẽ gặp nhau ở độ cao nào?

*Hướng dẫn*

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_1 &= -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0x}t \\ \bullet \quad x_2 &= -\frac{1}{2}g(t-T)^2 + V_0(t-T) \\ \bullet \quad x_1 &= x_2 \Rightarrow x = \frac{V_0^2 - gT^2}{8} \end{aligned}$$

**165** Từ mặt đất ta ném một vật lên cao theo phương thẳng đứng với vận tốc  $V_0 = 40\text{m/s}$ .

- Tính độ cao cực đại  $H$  mà vật đạt tới và thời gian để vật lên tới độ cao đó.
- Tính thời gian kể từ lúc vật bắt đầu đi xuống đến khi chạm đất và vận tốc lúc chạm đất. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**ĐS:** a)  $H = 80\text{m}$

b)  $t = 4\text{s}; V = 40\text{m/s}$ .

**166** Một thang máy đang hạ thấp xuống với vận tốc không đổi  $V_1 = 5\text{m/s}$  thì một vật được ném thẳng đứng lên cao với vận tốc  $V_2$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Sau bao lâu thì vật rơi trở lại cùng độ cao với sàn thang máy với :

a)  $V_2 = 20\text{m/s}$  so với thang máy.

b)  $V_2 = 20\text{m/s}$  so với đất.

### Hướng dẫn

Lấy hệ qui chiếu gắn liền với thang máy

Gốc tọa độ tại sàn, chiều (+) hướng lên.

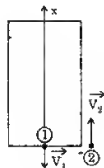
• Phương trình :  $x = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{12} \cdot t$

a)  $V_{12} = V_2 = 20\text{m/s}$

$x = 0 \Rightarrow t = 4\text{s}$

b)  $V_{12} = V_1 + V_2 = 25\text{m/s}$

$x = 0 \Rightarrow t = 5\text{s}$ .



### Loại 5 :

### CHUYỂN ĐỘNG NÉM NGANG

• Phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

• Phương trình quỹ đạo :

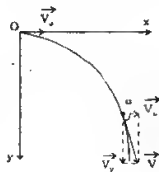
$$y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2$$

• Vận tốc :  $V_x = V_0 : \text{const}$

$$V_y = g \cdot t = \sqrt{2gy}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 + 2gy}$$

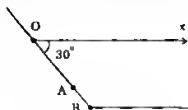
$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{\sqrt{2gy}}{V_0}$$



### CHUYỂN ĐỘNG NÉM NGANG

**167** Sườn dốc có thể coi là mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  so với trục Ox nằm ngang. Từ điểm O trên sườn dốc người ta ném một vật nặng với vận tốc ban đầu  $V_0$  theo phương Ox.

1. Viết phương trình chuyển động của vật nặng và phương trình của quỹ đạo vật nặng.



2. Tính khoảng cách  $d = OA$  từ chỗ ném đến điểm rơi A của vật nặng trên sườn đồi, biết  $V_0 = 10\text{m/s}$

3. Điểm B ở chân đồi, gần O nhất, cách O đoạn  $l = OB = 15\text{m}$ . Vận tốc ban đầu  $V_0$  phải thế nào để vật nặng không rơi ở sườn đồi mà rơi ở quá chân đồi. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Đề thi TS. DHQG Hà Nội - 1976)

**Giải**

1. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo:

$$\bullet \text{ Phương trình chuyển động } \begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Phương trình quỹ đạo: } y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2 \quad (*)$$

$$2. \text{ Khoảng cách } d = OA: \quad \begin{aligned} x_A &= OH = d \cos \alpha \\ y_A &= OK = d \sin \alpha \end{aligned}$$

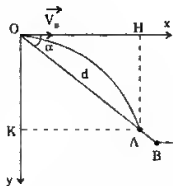
Vì A nằm trên quỹ đạo của vật nặng nên  $x_A$  và  $y_A$  nghiệm đúng (\*), do đó:

$$d \sin \alpha = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} (d \cos \alpha)^2 \Rightarrow d = \frac{2V_0^2}{g} \times \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1,33\text{m}.$$

3. Giá trị vận tốc  $V_0$  để vật rơi quá chân đồi:

$$\text{Vật rơi quá chân đồi: } d = \frac{2V_0^2}{g} \times \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} > OB$$

$$\Rightarrow V_0^2 > \frac{g \cdot OB}{2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow V_0 > 10,6\text{m/s}.$$



## VẬT NÉM NGANG TRÚNG MỤC TIÊU DI ĐỘNG

**168** Một máy bay đang bay ngang với vận tốc  $V_1$  ở độ cao  $h$  so với mặt đất muốn thả bom trúng một đoàn xe tăng đang chuyển động với vận tốc  $V_2$  trong cùng mặt phẳng thẳng đứng đứng với máy bay.

Hỏi còn cách xe tăng bao xa thì cất bom (đó là khoảng cách từ đường thẳng đứng qua máy bay đến xe tăng) trong hai trường hợp:

- Máy bay và xe tăng chuyển động cùng chiều.
- Máy bay và xe tăng chuyển động ngược chiều.

**Giải**

$$\text{Chọn } \begin{cases} \bullet \text{ Gốc tọa độ O là điểm cất bom} \\ \bullet t = 0 \text{ lúc cất bom} \end{cases}$$

Phương trình chuyển động :  $x = V_1 \cdot t$  (1)

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$
 (2)

Phương trình quỹ đạo :  $y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_1^2} x^2$

Bom sẽ rơi theo nhánh parabol và gặp mặt đường tại B.

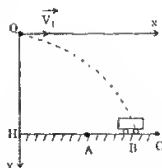
Bom sẽ trúng xe khi bom và xe cùng lúc đến B.

$$(2) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$(1) \Rightarrow x_B = V_1 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Lúc  $t = 0$  máy bay ở O còn xe ở A hoặc C mà :

$$AB = CB = V_2 \cdot t = V_2 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



- a) Máy bay và xe tăng chuyển động cùng chiều thì lúc  $t = 0$  xe tăng ở A với  $HA = HB - AB$

$$HA = (V_1 - V_2) \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (V_1 \geq V_2)$$

- b) Máy bay và xe tăng chuyển động ngược chiều thì lúc  $t = 0$  xe tăng ở C:  $HC = HB + BC$

$$HC = (V_1 + V_2) \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

## ĐẠN BẮN NGANG VÀ ĐI SẮT CHÂN TƯỜNG NHẤT

**169** Ở một đồi cao  $h_0 = 100\text{m}$  người ta đặt một súng cối nằm ngang và muốn bắn sao cho quả đạn rơi về phía bên kia của tòa nhà và gần bức tường AB nhất (Hình vẽ). Biết tòa nhà cao  $h = 20\text{m}$  và tường AB cách đường thẳng đứng qua chỗ bắn là  $l = 100\text{m}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

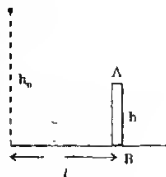
- a) Tìm khoảng cách từ chỗ viên đạn chạm đất đến chân tường AB.

- b) Xác định vận tốc khi đạn chạm đất.

**Giải**

- a) Khoảng cách BC :

Chọn  $\begin{cases} \bullet \text{ Gốc tọa độ O là chỗ đặt súng} \\ \bullet t = 0 \text{ lúc bắn} \end{cases}$

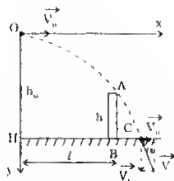


Phương trình quỹ đạo :  $y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2$

Để đạn chạm đất gần chân tường nhất thì quỹ đạo của đạn đi sát đỉnh A của tường nên :

$$y_A = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x_A^2$$

$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{g}{y_A}} \cdot x_A = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{80}} \cdot 100 = 25 \text{ m/s}$$



Vị trí đạn chạm đất là C mà :

$$x_C = V_0 \sqrt{2 \frac{y_C}{g}} = V_0 \sqrt{2 \frac{h_0}{g}} = 25 \sqrt{2 \cdot \frac{100}{10}} \approx 111,8 \text{ m}$$

Vậy :  $BC = x_C - l = 11,8 \text{ m}$

b) Vận tốc viên đạn lúc chạm đất :

Hình vẽ  $\Rightarrow V = \sqrt{V_0^2 + V_y^2}$  với  $V_y = gt = g \sqrt{2 \frac{y}{g}} = \sqrt{2gy}$

tại C thì  $y = h_0$  nên  $V = \sqrt{V_0^2 + 2gh_0} = \sqrt{25^2 + 2 \cdot 10 \cdot 100} \approx 51,2 \text{ m/s}$

$\vec{V}$  hợp với phương ngang góc  $\alpha$  mà :

$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_0} = \frac{\sqrt{2gh}}{V_0} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 100}}{25} = 1,788$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**170** Một máy bay đang bay ngang ở độ cao  $h = 3000 \text{ m}$  so với mặt đất với vận tốc  $V_0 = 540 \text{ km/h}$  thì cất bom. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Lập phương trình quỹ đạo của bom sau khi cất.
- Tính thời gian rơi.
- Khoảng cách từ chỗ bom chạm đất đến đường thẳng đứng qua vị trí máy bay lúc cất bom là bao nhiêu ?
- Xác định vận tốc (cả độ lớn và phương) của bom lúc chạm đất.

ĐS : a)  $y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2 = \frac{x^2}{4500} \text{ m}$  b)  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 24,5 \text{ (s)}$

c)  $x = V_0 t \approx 3674 \text{ (m)}$

d)  $V = \sqrt{V_0^2 + 2gh} \approx 287 \text{ m/s}$

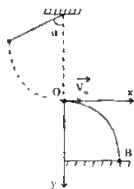
$\vec{V}$  hợp với phương ngang góc  $\alpha$  mà :  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{V_0} \approx 1,63$ .

**171** Một con lắc đơn có vị trí cân bằng O cách mặt đất 1m. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha$  rồi thả. Khi trở lại vị trí cân bằng O con lắc có vận tốc  $V_0 = 2,24\text{m/s}$  và dây đứt.

Tìm phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây đứt và tính khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng qua điểm treo.

**ĐS :** •  $y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2 = x^2 (\text{m})$

•  $x_B = V_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1(\text{m}).$



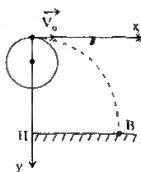
**172** Một bánh xe có bán kính  $R = 2\text{m}$  quay đều xung quanh một trục nằm ngang cách mặt đất 4m với vận tốc 180 vòng / phút. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính vận tốc dài của một điểm trên vành bánh xe.

b) Một vật nhỏ gắn trên bánh xe bị tách khỏi bánh khi lên đến điểm cao nhất. Tính khoảng cách từ chỗ vật chạm đất đến đường thẳng đi qua trục bánh xe.

**ĐS :** a)  $V_0 = \omega R \approx 37,7\text{m/s}$

b)  $HB = V_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 41,3\text{m}.$



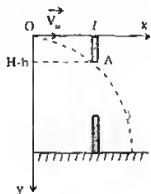
**173** Một người đứng ở độ cao H so với mặt đất ném ngang một vật vào cửa sổ nhà bên cạnh. Khoảng cách từ chỗ ném đến cửa sổ là l. Mép trên của cửa sổ cách mặt đất là  $h < H$ . Để vật có thể rơi trong nhà và cách xa cửa sổ nhất thì vận tốc  $V_0$  bằng bao nhiêu ?

**Hướng dẫn**

• Phương trình quỹ đạo :  $y = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x^2$

• Vật cách xa cửa sổ nhất khi quỹ đạo qua A :

$$V_0 = l \sqrt{\frac{g}{2(H-h)}}$$



**Loại 6 :**

### CHUYỂN ĐỘNG NÉM XIÊN

**Tóm tắt lí thuyết**

**I. Phương trình chuyển động :**

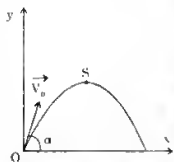
$$\begin{cases} x = (V_0 \cos \alpha) \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + (V_0 \sin \alpha) t \end{cases}$$

II. Phương trình quỹ đạo :  $y = -\frac{g}{2(V_0 \cos \alpha)^2} x^2 + \tan \alpha \cdot x$

III. Độ cao đỉnh S :  $H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g}$

IV. Tầm ném :  $x_M = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

V. Vận tốc tại độ cao h :  $V = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$



## BÀI TẬP MẪU

### CHUYỂN ĐỘNG NÉM XIÊN

**174** Một vật được ném lên từ mặt đất theo phương xiên góc. Tại điểm cao nhất của quỹ đạo vật có vận tốc bằng một nửa vận tốc ban đầu và độ cao  $h_0 = 15\text{cm}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- Viết phương trình quỹ đạo của vật.
- Tính tầm ném (khoảng cách từ chỗ ném đến chỗ chạm đất).
- Ở độ cao nào (so với mặt đất) vận tốc của vật hợp với phương ngang góc  $30^\circ$ ?

*Giải*

- Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Góc } O \text{ là chỗ ném} \\ \bullet \text{ Hệ trục tọa độ } xOy \\ \bullet \text{ } t = 0 \text{ lúc ném} \end{array} \right.$

a) Phương trình quỹ đạo :

- Vận tốc tại 1 điểm :  $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$  tại S :  $V_y = 0$  nên :

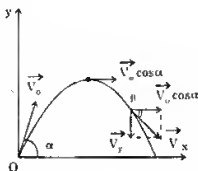
$$\vec{V}_S = \vec{V}_x = \vec{V}_0 \cos \alpha$$

Theo đề :  $V_S = \frac{V_0}{2}$  hay :  $V_0 \cos \alpha = \frac{V_0}{2}$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

- Độ cao của S :  $y_S = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g}$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{\sqrt{2gy_S}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \times 10 \times 15}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20\text{m/s}$$



- Phương trình quỹ đạo :

$$y = -\frac{g}{2V_o^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x = -\frac{10}{2(20)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} x^2 + \sqrt{3} \cdot x$$

$$y = -\frac{x^2}{20} + \sqrt{3} \cdot x \text{ m}$$

b) Tầm ném :  $x_M = \frac{V_o^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{20^2 \cdot \sin 120^\circ}{10} = 20\sqrt{3} \approx 34,64 \text{ m}$

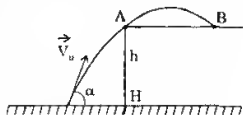
c) Độ cao :  $V = \sqrt{V_o^2 - 2gh} \Rightarrow h = \frac{V_o^2 - V^2}{2g}$

Với :  $V = \frac{V_x}{\cos \beta} = \frac{V_o \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{20 \cdot \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ (m/s)}$

Vậy :  $h = \frac{20^2 - \left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 \cdot 10} = \frac{40}{3} \approx 13,3 \text{ (m)}$

### ĐỊNH GÓC NGHIÊNG BAN ĐẦU

**175** Em bé ngồi dưới sàn nhà ném một viên bi lên bàn cao  $h = 1 \text{ m}$  với vận tốc  $V_o = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$ . Để viên bi có thể rơi xuống mặt bàn ở B xa mép bàn A nhất thì vận tốc  $\vec{V}_o$  phải nghiêng với phương ngang một góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu ? Tính AB và khoảng cách từ chỗ ném O đến chân bàn H. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**Giải**

Để viên bi có thể rơi xa mép bàn A nhất thì quỹ đạo của viên bi phải đi sát

A. Gọi  $\vec{V}_1$  là vận tốc tại A và hợp với AB góc  $\alpha_1$  mà :  $AB = \frac{V^2 \sin 2\alpha_1}{g}$  (\*)

(coi như được ném từ A với AB là tầm ném).

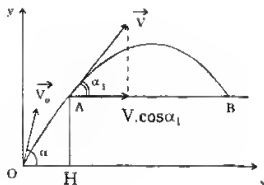
Để AB lớn nhất thì :  $\sin 2\alpha_1 = 1$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \pi/4$$

- Ta biết thành phần ngang của các vận tốc đều bằng nhau nên

$$V_o \cos \alpha = V \cos \alpha_1$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{V}{V_o} \cos \alpha_1$$





$$\text{Với } \begin{cases} V = \sqrt{V_0^2 - 2gh} \\ \cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{nên } \cos \alpha = \frac{\sqrt{V_0^2 - 2gh}}{V_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{V_0^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{10 \times 1}{(2\sqrt{10})^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\bullet \text{ Thay } \begin{cases} V^2 = V_0^2 - 2gh \\ \sin 2\alpha_1 = 1 \end{cases} \quad (*) \Rightarrow AB = \frac{V_0^2 - 2gh}{g}$$

$$AB = \frac{V_0^2}{g} - 2h = \frac{(2\sqrt{10})^2}{10} - 2 \cdot 1 = 1\text{m}$$

- Phương trình quỹ đạo của viên bi trong hệ vuông góc xOy :

$$y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x = -\frac{10}{2(2\sqrt{10})^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2} x^2 + \sqrt{3}x$$

$$y = -\frac{x^2}{2} + \sqrt{3}x(\text{m}) \quad (**)$$

Quỹ đạo qua A và B nên có  $y = h = 1\text{m}$  nên (\*\*) cho :

$$1 = -\frac{x^2}{2} + \sqrt{3}x \Rightarrow x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3} \pm 1(\text{m})}{1}$$

Với  $x_A < x_B$  nên :  $x_A = \sqrt{3} - 1 \approx 0,732(\text{m})$

Vậy : OH = 0,732m.

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**176** Một viên đạn được bắn đi với vận tốc ban đầu  $V_0 = 100\text{m/s}$  và nghiêng với mặt nằm ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Viết phương trình chuyển động trong 2 trường hợp.

a)  $\vec{V}_0$  hướng lên.

b)  $\vec{V}_0$  hướng xuống.

### Hướng dẫn

a) Chọn Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng hướng lên :

$$y = -\frac{x^2}{1500} + \frac{\sqrt{3}}{3} x \text{ m}$$

b) Chọn Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng hướng xuống :  $y = \frac{x^2}{1500} + \frac{\sqrt{3}}{3} x$ .

**177.** Một vật được ném nghiêng với mặt nằm ngang góc  $60^\circ$  và vận tốc  $V_0 = 10\text{m/s}$ . Tính độ cao lớn nhất so với chỗ ném và tầm ném. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS : } \bullet \quad h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 3,75\text{m} \quad \bullet \quad S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \approx 8,66\text{m}.$$

**178.** Chứng minh rằng độ xa vật ném xiên với góc ném  $\alpha$  cùng bằng độ xa khi ném với góc nghiêng  $90^\circ - \alpha$ .

**Hướng dẫn**

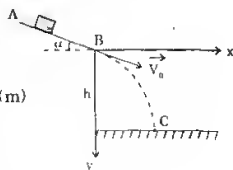
$$\text{Vì } \sin 2(90^\circ - \alpha) = \sin 2\alpha \text{ nên : } S = \frac{V_0^2 \sin 2(90^\circ - \alpha)}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

**179.** Một vật được thả trượt không ma sát từ đỉnh của mặt phẳng  $AB = 1\text{m}$  nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với vật nằm ngang. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- Viết phương trình quỹ đạo của vật sau khi rời  $AB$ .
- B cách đất  $1\text{m}$ . Tính :
  - Thời gian vật chạm đất kể từ lúc rời  $B$ .
  - Khoảng cách từ chỗ vật chạm đất đến đường thẳng đứng qua  $B$ .
  - Vận tốc vật trước khi chạm đất.

**Hướng dẫn**

$$\begin{aligned} 1. & \quad a = g \sin \alpha = 5\text{m/s}^2 \\ & \quad V_0 = \sqrt{2al} = \sqrt{10} \text{ m/s} \\ & \quad y = \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x = \frac{2}{3} x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3} x \text{ (m)} \\ 2. & \quad h = \frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin \alpha t \Rightarrow t = 0,316\text{s} \\ & \quad x_c = (V_0 \cos \alpha) t \approx 0,865\text{m} \\ & \quad V = \sqrt{(V_0 \cos \alpha)^2 + (gt + V_0 \sin \alpha)^2} \approx 5,47\text{m/s}. \end{aligned}$$



**Loại 7 :**

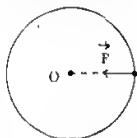
## LỰC HƯỚNG TÂM

**I. Định nghĩa :** Lực hướng tâm là lực tác dụng vào vật chuyển động tròn đều.

**II. Lực hướng tâm :** + Hướng : vào tâm

$$+ \text{Độ lớn : } F = m\omega^2 R = m \frac{V^2}{R}$$

**III. Chú ý :** Lực hướng tâm không phải là loại lực đặc biệt mà là hợp lực của tất cả các lực tác dụng lên vật khi nó chuyển động tròn đều.



## LỰC HƯỚNG TÂM LÀ LỰC MA SÁT NGHỈ

**180** Một bàn nằm ngang quay tròn đều với chu kì  $T = 2\text{s}$ . Trên bàn đặt một vật cách trục quay  $R = 25\text{cm}$ . Hệ số ma sát giữa vật và bàn tối thiểu bằng bao nhiêu để vật không trượt trên bàn. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$  và  $\pi^2 \approx 10$ .

*Giải*

Khi vật không trượt thì vật chịu tác dụng 3 lực:  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{f}_{ms(\text{ngôi})}$

trong đó:  $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$

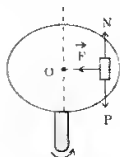
Lúc đó vật chuyển động tròn đều nên  $\vec{f}_{ms(\text{ngôi})}$  là lực hướng tâm:

$$\text{Với } \begin{cases} f_{ms(\text{ngôi})} = m\omega^2 R & (1) \\ f_{ms(\text{ngôi})} \leq \mu mg & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho: } \omega^2 R \leq \mu g \Rightarrow \mu \geq \frac{\omega^2 R}{g}$$

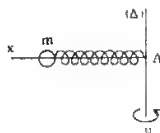
$$\text{Với: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{nên} \quad \mu \geq \frac{\pi^2 \cdot 0,25}{10} = 0,25.$$

Vậy:  $\mu_{\min} = 0,25$ .



## LỰC HƯỚNG TÂM VÀ LỰC ĐÀN HỒI

**181** Một lò xo có độ cứng  $K$ , chiều dài tự nhiên  $l_0$ , một đầu giữ cố định ở A, đầu kia gắn vào quả cầu khối lượng  $m$  có thể trượt không ma sát trên thanh Ax nằm ngang. Thanh Ax quay đều với vận tốc góc  $\omega$  xung quanh trục ( $\Delta$ ) thẳng đứng (Hình vẽ). Tính độ dãn của lò xo.



$$\text{Áp dụng: } l_0 = 20\text{cm}; \quad \omega = 20\pi \frac{\text{Rad}}{\text{s}}; \quad m = 10\text{kg}; \quad K = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

*Giải*

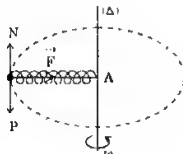
- Các lực tác dụng vào quả cầu:  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{F}_{dh}$

trong đó  $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$  nên  $\vec{F}_{dh}$  là lực hướng tâm A:

$$K\Delta = m\omega^2(l_0 + \Delta)$$

$$\Delta(K - m\omega^2) = m\omega^2 l_0 \Rightarrow \Delta = \frac{m\omega^2 l_0}{K - m\omega^2} \quad \text{với } K > m\omega^2$$

$$\text{- Áp dụng số: } \Delta = \frac{0,01 \cdot (20\pi)^2 \cdot 0,2}{200 - 0,01 \cdot (20\pi)^2} = 0,05\text{m}.$$



## ÔTÔ TRÊN CẦU VỒNG, CẦU VỒNG

**182** Một xe tải có khối lượng  $m = 5$  tấn đi qua một cầu vồng với vận tốc  $V = 36 \text{ km/h}$ . Hãy tính áp lực của xe lên cầu trong các trường hợp sau :

- Tại điểm cao nhất của cầu vồng bán kính  $R = 50 \text{ m}$ .
- Cầu nằm ngang.
- Tại điểm thấp nhất của cầu vồng bán kính  $R = 50 \text{ m}$ . Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Giải**

a) Cầu vồng :

- Các lực tác dụng vào xe :

- Trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$
- Phản lực  $\vec{N}$  của cầu.

- Tại điểm cao nhất hợp lực hướng tâm nên :

$$mg - N = m \frac{V^2}{R}$$

$$\Rightarrow N = m \left( g - \frac{V^2}{R} \right) = 5 \cdot 10^3 \left( 9,8 - \frac{10^2}{50} \right) = 39 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Đó cũng là áp lực của xe lên cầu.

b) Cầu nằm ngang :  $\vec{N} + m\vec{g} = \vec{0}$

$$N = mg = 49 \cdot 10^3 \text{ N}$$

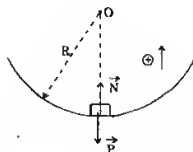
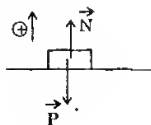
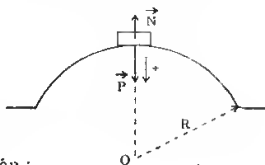
Đó cũng là áp lực của xe lên cầu.

c) Cầu vồng :

Tại điểm thấp nhất :  $N - mg = m \frac{V^2}{R}$

$$N = m \left( g + \frac{V^2}{R} \right) = 5 \cdot 10^3 \left( 9,8 + \frac{10^2}{50} \right) = 59 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

**Nhận xét :** Với ba kết quả trên ta thấy xe chạy qua cầu vồng hình như "nhẹ" hơn cả.



## XE ĐI TRÊN VÒNG XIẾC

**183** Vòng xiếc là một vành tròn bán kính  $R = 8 \text{ m}$  nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Một người đi xe đạp trên vòng xiếc này. Khối lượng cả xe và người là  $80 \text{ kg}$ . Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Tính lực ép của xe lên vòng xiếc tại điểm cao nhất với vận tốc tại

điểm này là  $v = 10\text{m/s}$ .

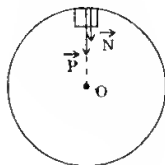
b) Để xe không rời tại điểm cao nhất thì vận tốc tối thiểu phải là bao nhiêu?

**Giải**

a) Lực ép của xe lên vòng xiếc :

- Các lực tác dụng lên xe ở điểm cao nhất :

- Trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$
- Phản lực  $\vec{N}$  của vành lên xe hướng thẳng đứng về tâm.



- Hợp lực hướng tâm :  $mg + N = m \frac{V^2}{R}$

$$\Rightarrow N = m \left( \frac{V^2}{R} - g \right) = 80 \left( \frac{10^2}{8} - 9,8 \right) = 216\text{N} \quad (*)$$

Đó cũng là lực ép của xe lên vành xiếc.

b) Vận tốc tối thiểu của xe tại điểm cao nhất :

Xe không rời :  $N \geq 0$

$$(*) \Rightarrow V \geq \sqrt{Rg} = 8,85 \text{ (m/s)}$$

$$V_{\min} = 8,85 \text{ m/s.}$$

## CON LẮC QUAY HÌNH NÓN

**184** Một quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 100\text{g}$  được buộc vào đầu một sợi dây dài  $l = 1\text{m}$  không co dãn và khối lượng không đáng kể. Đầu kia của dây được giữ cố định ở điểm A trên trục quay ( $\Delta$ ) thẳng đứng.

1. Cho trục quay với vận tốc góc  $\omega = 3,76 \text{ rad/s}$ . Khi chuyển động đã ổn định, hãy tính :

- a) Góc  $\alpha$  hợp bởi dây với trục  $\Delta$ .
- b) Bán kính quỹ đạo tròn của vật.
- c) Vận tốc dài của vật.
- d) Sức căng T của dây.

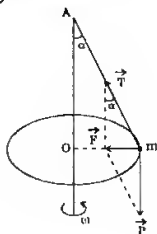
2. Vận tốc góc quay  $\omega$  bằng bao nhiêu để dây có thể tách khỏi phương thẳng đứng. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

1.a) Góc  $\alpha$  :

- Các lực tác dụng vào vật :

- Trọng lực  $m\vec{g}$
- Sức căng  $\vec{T}$



- Khi trục ( $\Delta$ ) quay đều thì quả cầu sẽ chuyển động tròn đều trong mặt phẳng nằm ngang, nên hợp lực tác dụng vào quả cầu sẽ là lực hướng tâm.

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{T} \quad \text{với} \quad \begin{cases} \bullet \vec{F} \perp \vec{P} \\ \bullet F = m\omega^2 R \end{cases}$$

Hình vẽ cho :  $\begin{cases} \bullet \operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{m\omega^2 R}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g} \\ \bullet R = l \sin \alpha \end{cases} \quad (1)$

$$(2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}; \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}$$

$$a \neq 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 l} = \frac{10}{(3,76)^2 \times 1} = 0,707 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

b) Bán kính quỹ đạo :  $R = l \sin \alpha = 0,707 \text{ m}$

c) Vận tốc  $V$  :  $V = \omega R \approx 2,66 \text{ m/s}$

d) Sức căng  $T$  :

Hình vẽ cho :  $T = \frac{mg}{\cos \alpha} \approx 1,41 \text{ (N)}$

2. Giá trị  $\omega$  để dây tách khỏi đường thẳng đứng.

Dây tách khỏi đường thẳng đứng đứng khi :

$$\alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 l} < 1 \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{l}} \approx 3,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

## VỆ TINH NHÂN TẠO

**185** Vệ tinh đang bay ở độ cao  $h$  so với mặt đất. Gia tốc rơi tự do tại mặt đất là  $g_0$  và bán kính trái đất là  $R_0$ . Tính theo  $R_0$ ,  $h$ ,  $g_0$ .

a) Vận tốc dài của vệ tinh.

b) Chu kì quay.

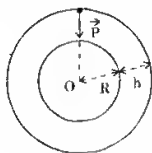
c) Với  $R_0 = 6400 \text{ km}$ ,  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Hãy tính vận tốc và chu kì quay khi vệ tinh bay gần trái đất ( $h \approx 0$ )

**Giải**

a) Vận tốc dài của vệ tinh :

Lực hướng tâm là trọng lực  $\vec{P}$

$$m \frac{V^2}{(R_0 + h)} = mg \Rightarrow V^2 = g(R_0 + h) \quad (*)$$



$$\left. \begin{aligned} g &= G \frac{M}{(R_0 + h)^2} \\ g_0 &= G \frac{M}{R_0^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{g}{g_0} = \left( \frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2 \Rightarrow g = g_0 \left( \frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2$$

$$(*) \Rightarrow V_2 = g_0 \left( \frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2 (R_0 + h)$$

$$\Rightarrow V = R \sqrt{\frac{g_0}{R_0 + h}}$$

$$b) \text{ Chu kì quay : } T = 2\pi \frac{R_0 + h}{V} = 2\pi \frac{R_0 + h}{R \sqrt{\frac{g_0}{R_0 + h}}}$$

$$T = 2\pi \frac{R_0 + h}{R_0} \sqrt{\frac{R_0 + h}{g_0}}$$

$$c) \text{ Áp dụng số : } \begin{cases} R_0 = 6400 \text{ km} = 64 \cdot 10^5 \text{ m} \\ g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2 \\ h = 0 \end{cases}$$

$$\bullet V = 64 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{9,8}{64 \cdot 10^5}} \approx 7920 \text{ m/s} \approx 7,92 \text{ km/s} \quad (\text{Vận tốc vũ trụ cấp 1})$$

$$\bullet T = 2\pi \sqrt{\frac{R_0}{g_0}} = 2\pi \sqrt{\frac{64 \cdot 10^5}{9,8}} = 5075 \text{ s} = 1 \text{ h } 24 \text{ phút } 35 \text{ s.}$$

### VỆ TINH ĐỊA TINH

**186** Vệ tinh địa tinh là vệ tinh đứng yên đối với mặt đất và ở trong mặt phẳng của xích đạo. Tính độ cao và vận tốc của vệ tinh.

Biết : - Chu kì quay của trái đất quanh trục của nó là  $T = 24$  giờ.

- Gia tốc rơi tự do tại mặt đất :  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Bán kính trái đất :  $R_0 = 6400 \text{ km}$ .

**Giải**

$$\bullet \text{ Chu kì quay của vệ tinh : } T = 2\pi \frac{R_0 + h}{R_0} \sqrt{\frac{R_0 + h}{g_0}} \quad (\text{bài 185})$$

Để vệ tinh đứng yên đối với mặt đất thì chu kì quay của vệ tinh bằng chu kì quay của trái đất.

$$T = 24 \text{ giờ} = 86400 \text{ s}$$

$$\text{Có: } T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_0 + h)^3}{g_0 \cdot R_0^2}$$

$$\Rightarrow (R + h)^3 = \frac{g_0 \cdot R_0^2 T^2}{4\pi^2} = \frac{9,8(6,4 \cdot 10^6)^2 (864 \cdot 10^2)^2}{4\pi^2} \approx 75108 \cdot 10^{18}$$

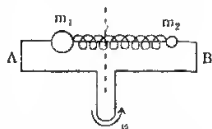
$$R_0 + h \approx 42,2 \cdot 10^6 \text{ (m)} = 42,2 \cdot 10^3 \text{ (km)}$$

$$\Rightarrow h = 42,2 \cdot 10^3 - 6,4 \cdot 10^3 = 35,8 \cdot 10^3 \text{ (m)}$$

$$\text{- Vận tốc vệ tinh: } V = R_0 \sqrt{\frac{g_0}{R + h}} = 6400 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{9,8}{42,2 \cdot 10^6}} = 3084 \text{ m/s.}$$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**187** Hai quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1 = 150\text{g}$  và  $m_2 = 100\text{g}$  được buộc vào hai đầu lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 20\text{cm}$ . Lò xo và hai quả cầu đều có thể trượt không ma sát trên thanh AB nằm ngang (Hình vẽ).



Cho hệ thống quay đều quanh một trục thẳng đứng đi qua trung điểm của thanh AB. Khi hai quả cầu cân bằng thì chiều dài lò xo là  $l = 25\text{cm}$ .

- Tính khoảng cách từ các quả cầu đến trục quay.
- Biết hệ quay với tần số  $f = 5\text{Hz}$ . Tính độ cứng  $K$  của lò xo.

$$\text{Lấy } \pi^2 \approx 10.$$

#### Hướng dẫn

- Lực đàn hồi là lực hướng tâm.

$$\begin{cases} f_{dh} = m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2 \\ r_1 + r_2 = l \end{cases} \Rightarrow r_1 = 10\text{cm}; r_2 = 15\text{cm}$$

$$b) f_{dh} = K(l - l_0) \Rightarrow K = 300\text{N/m.}$$

**188** Tần số vòng quay tối đa trong mỗi phút để vật không trượt trên mặt bàn nằm ngang là bao nhiêu biết vật cách trục quay mặt bàn là  $R = 0,5\text{m}$  và hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn là  $\mu = 0,2$ .

$$\text{ĐS: } f \leq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu g}{R}} = \frac{1}{\pi} \text{ (Hz)} \quad n_{\max} = 19 \text{ vòng/phút.}$$

**189** Trong một trận chiến đấu trên không, phi công có khối lượng  $m = 60\text{kg}$  phải cho máy bay bay theo một đường tròn bán kính  $R = 500\text{m}$  nằm trong mặt phẳng thẳng đứng.

- Tìm lực mà phi công nén lên ghế ngồi ở điểm cao nhất (trong tư thế



lộn ngược) và điểm thấp nhất, biết vận tốc máy bay là  $v = 612 \text{ km/h}$ .

b) Đề phi công ở trạng thái không trọng lượng tại điểm cao nhất thì vận tốc của máy bay là bao nhiêu? Trong trường hợp này thì trọng lượng của phi công tăng lên mấy lần tại điểm thấp nhất. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**ĐS :** a) • Tại điểm cao nhất :  $N_1 = m \left( \frac{v^2}{R} - g \right) = 2868 \text{ N}$

• Tại điểm thấp nhất :  $N_2 = m \left( \frac{v^2}{R} + g \right) = 4068 \text{ N}$

b) •  $v' = \sqrt{gR} \approx 70,7 \text{ m/s}$

•  $N' = m \left( \frac{v'^2}{R} + g \right) = 1200 \text{ N}; \quad \frac{N'}{P} = 2.$

**190** Một cầu vồng có bán kính  $R = 50 \text{ m}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Tính vận tốc của ô tô khi qua đỉnh cầu, biết rằng xe ép lên mặt cầu một lực bằng 0,55 lần lực ép của chính xe ấy lên mặt đường nằm ngang.

b) Với cùng vận tốc của xe vừa tính, khi đi qua điểm thấp nhất của cầu vồng với cùng bán kính  $R = 50 \text{ m}$  thì lực ép của xe lên cầu bằng bao nhiêu lần lực ép của chính xe ấy lên mặt đường nằm ngang?

*Hướng dẫn*

a)  $\frac{N}{P} = 1 - \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$       b)  $\frac{N'}{P} = 1 + \frac{v^2}{Rg} = 1,45.$

**191** Người đi xe đạp trên vòng xiếc bán kính  $6 \text{ m}$  phải đi qua điểm cao nhất với vận tốc tối thiểu bao nhiêu để khỏi rơi? Để lực ép lên vòng tại điểm cao nhất bằng nửa trọng lượng của xe và người  $\left( \frac{1}{2} mg \right)$  thì vận tốc xe là bao nhiêu? Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**ĐS :** •  $v_{\min} = \sqrt{gR} \approx 7,75 \text{ m/s}$       •  $v = \sqrt{1,5gR} \approx 9,5 \text{ m/s}.$

**192** Cốc nước đầy được giữ chặt trên một vành bán kính  $R = 1 \text{ m}$  có thể quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang qua tâm O. Tính số vòng phải quay trong mỗi phút để nước không đổ ra ngoài khi lên đến điểm cao nhất. Lúc đó nước sẽ ép lên đáy cốc một lực bao nhiêu so với trọng lượng nước?

*Hướng dẫn*

•  $N = m(\omega^2 R - g) \geq 0 \Rightarrow f \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}} = 0,5 \text{ (Hz)}$

$n \geq 30 \text{ vòng/phút}$

•  $N' - mg = m\omega^2 R$  ( $m$  : Khối lượng nước)

$$\omega^2 = \frac{N'}{mR} - \frac{g}{R} \geq \frac{g}{R} \Rightarrow N' \geq 2mg.$$

**193** Người ta treo một vật khối lượng  $m = 200g$  ở đầu một sợi dây dài  $l = 0,5m$ . Cho sợi dây quay quanh một trục thẳng đứng để sợi dây quét nên một mặt nón tròn xoay nửa góc ở đỉnh là  $\alpha$ . Lấy  $g = 10m/s^2$ ;  $\pi^2 \approx 10$ .

1. Cho sợi dây và vật quay với tần số  $f = 1Hz$ .

a) Tìm góc  $\alpha$ .

b) Tính sức căng dây.

2. Bây giờ ta cho dây và vật chuyển động đều trong một mặt bàn nằm ngang mà bán kính quỹ đạo của vật là  $l = 0,5m$ .

Để dây cũng chịu sức căng giống như trường hợp trên thì tần số quay của vật là bao nhiêu? Bỏ qua ma sát.

**ĐS :** 1. a)  $\cos \alpha = \frac{g}{l\omega^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

b)  $T = \frac{mg}{\cos \alpha} = 4N$

2.  $T = ml\omega'^2 \Rightarrow f' = 1Hz.$

**194** Quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 50g$  treo vào đầu lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 25cm$ . Độ đàn của lò xo tỉ lệ với lực tác dụng.

1. Lò xo được treo vào trần thang máy đang đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $a = g/10$  thì lò xo dài  $l_1 = 25,625cm$ . Tính độ cứng lò xo.

2. Lò xo cùng quả cầu được luồn qua một thanh cứng Ox. Khi trục (Δ) quay đều với vận tốc góc  $\omega = 300v/phút$  thì trục lò xo vẽ nên một mặt nón tròn xoay với nửa góc ở đỉnh là  $\alpha$ . Tính :

- Độ đàn  $x$  của lò xo.

- Lực đàn hồi  $T$  của lò xo. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

**Hướng dẫn**

1.  $T = m(g + a) = K(l_1 - l_0)$

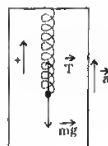
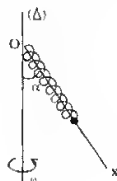
$\Rightarrow K = 100N/m$

2.  $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2(l_0 + x)} = \frac{mg}{T'}$

$\Rightarrow T' = m\omega^2(l_0 + x) = K.x$

$\Rightarrow x = 0,25m$

Và  $T' = 25N.$



**195** 1. Để con lắc có chiều dài  $l = 0,25\text{m}$  có thể tách ra khỏi phương thẳng đứng và về nền mặt nón thì số vòng quay trong mỗi phút là bao nhiêu?

2. Tính số vòng quay để nửa góc ở đỉnh hình nón nói trên là  $60^\circ$ .

Lấy  $\pi \approx 10$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**ĐS :** a)  $N > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = 1 \text{ v/s} = 60\text{v/phút}$

b)  $N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} = \sqrt{2} \text{ v/s} \approx 85\text{v/phút}.$

**196** Chứng minh công thức tính vận tốc và chu kì của vệ tinh có bán kính quỹ đạo  $r$  :

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{g \cdot r}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

trong đó :  $g$  là gia tốc rơi tự do tại vị trí vệ tinh,  $M$  là khối lượng trái đất.

**Hướng dẫn**

$$\bullet \quad G \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}, \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\bullet \quad g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow GM = g \cdot r^2 \Rightarrow V = \sqrt{gr}$$

$$\bullet \quad T = \frac{2\pi r}{V} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

**197** Một vệ tinh nhân tạo có khối lượng  $M = 2\text{T}$  đang bay ở độ cao  $h = 3200\text{km}$  (so với mặt đất). Gia tốc rơi tự do tại mặt đất là  $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$ . Bán kính trái đất là  $R = 6400\text{km}$ .

a) Tính lực tác dụng lên vệ tinh.

b) Tính vận tốc và chu kì quay của vệ tinh.

**Hướng dẫn**

$$a) \quad g = g_0 \left( \frac{R}{R+h} \right)^2 \approx 4,356\text{m/s}^2$$

$$F = Mg = 8712\text{N}$$

$$b) \quad V = \sqrt{g(R+h)} = 6,47 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R+h}{g}} = 2\text{h } 35\text{ph } 23\text{s}.$$

# CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

Loại 1 :

## CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CHỊU TÁC DỤNG CỦA 2 HAY 3 LỰC

### I. Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng của hai lực

- Hai lực ấy phải
- Cùng giá
  - Cùng độ lớn
  - Ngược chiều

### II. Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng ba lực không song song

- Ba lực ấy phải
- Có giá đồng phẳng
  - Có giá đồng quy
  - Hợp lực hai lực phải cân bằng với lực thứ ba

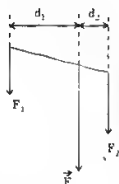
### III. Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng của 3 lực song song

- Ba lực ấy phải
- Có giá đồng phẳng
  - Lực ở trong ngược chiều với hai lực phía ngoài
  - Hợp lực của hai lực phía ngoài phải cân bằng với lực ở trong

### IV. Quy tắc hợp lực hai lực song song

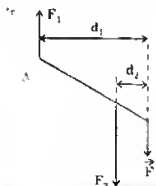
a) Hai lực song song và cùng chiều :

- $\vec{F}$  có
- Hướng : cùng hướng với  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$
  - Giá của  $\vec{F}$  :  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$  (chia trong)
  - Độ lớn :  $F = F_1 + F_2$



b) Hai lực song song và ngược chiều :

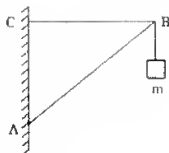
- $\vec{F}$  có
- Hướng : cùng hướng với lực có độ lớn lớn hơn
  - Giá của  $\vec{F}$  :  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$  (chia ngoài)
  - Độ lớn :  $F = |F_1 - F_2|$



## CÂN BẰNG CỦA GIÁ TREO

**198** Một giá treo như hình vẽ gồm :

- + Thanh  $AB = 1\text{m}$  tựa vào tường ở  $A$ .
- + Dây  $BC = 0,6\text{m}$  nằm ngang.



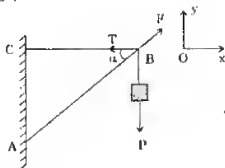
Treo vào đầu  $B$  một vật nặng khối lượng  $m = 1\text{kg}$ .  
 Tính độ lớn lực đàn hồi  $F$  xuất hiện trên thanh  $AB$  và  
 sức căng  $T$  của dây  $BC$  khi giá treo cân bằng.

Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$  và bỏ qua khối lượng thanh  $AB$ , các dây nối.

### Giải

- Khi giá treo cân bằng có 3 lực đồng quy tại  $B$  :

- + Trọng lực  $\vec{P}$  của vật nặng.
- + Sức căng  $\vec{T}$  của dây  $CB$ .
- + Lực đàn hồi  $\vec{F}$  của thanh  $AB$ .  
 (do thanh bị co lại dưới tác dụng  
 của  $\vec{T}$  và  $\vec{P}$ )



- Điều kiện cân bằng của 3 lực đồng quy :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

$$\text{Chiều xuống Ox : } -T + F\cos\alpha = 0 \Rightarrow F\cos\alpha = T \quad (1)$$

$$\text{Chiều xuống Oy : } -P + F\sin\alpha = 0 \Rightarrow F\sin\alpha = P \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{T}{P} \Rightarrow T = P \cdot \cot\alpha$$

$$\text{Với } \begin{cases} P = mg = 9,8\text{N} \\ \cot\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{\sqrt{AB^2 - BC^2}} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75 \end{cases}$$

$$\text{nên : } T = 9,8 \times 0,75 = 7,35\text{N}$$

$$(1) \Rightarrow F = \frac{T}{\cos\alpha} \quad \text{với } \cos\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{0,6}{1} = 0,6$$

$$F = \frac{7,35}{0,6} = 12,5\text{N}.$$

## TÌM GIÁ CỦA LỰC KHI VẬT CÂN BẰNG

**199** Một thanh dài  $AO$  có trọng tâm  $O$  ở giữa thanh và có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ .  
 Một đầu  $O$  của thanh liên kết với tường bằng một bản lề, còn đầu  $A$  được  
 treo vào tường bằng dây  $AB$ . Thanh được giữ nằm ngang và dây làm với  
 thanh một góc  $\alpha = 30^\circ$  (hình vẽ).

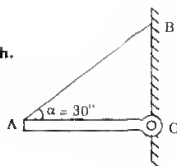
Hãy xác định :

- Giá của phản lực  $Q$  của bản lề tác dụng vào thanh.
- Độ lớn của lực căng của dây và phản lực  $Q$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Bài 47.4 SGK Vật lí 10)

**Giải**



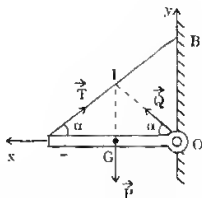
- Giá phản lực  $\vec{Q}$  của bản lề :

- Thanh AO chịu tác dụng 3 lực :

- + Trọng lực  $\vec{P}$  có giá là đường IG (I là trung điểm dây AB, G là trọng tâm thanh).

- + Sức căng  $\vec{T}$  có giá là AB.

- + Phản lực  $\vec{Q}$  của bản lề có giá qua O.



- Theo điều kiện cân bằng của vật rắn thì ba phản lực trên phải đồng quy tại một điểm, mà  $\vec{P}$  và  $\vec{T}$  đã có giá đồng quy tại I nên  $\vec{Q}$  cũng đồng quy tại I. Nói khác hơn, giá của  $Q$  là OI.

- Độ lớn của  $\vec{T}$  và  $\vec{Q}$  :

Điều kiện cân bằng :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0}$

Chiếu xuống Ox :  $-T\cos\alpha + Q\cos\alpha = 0 \Rightarrow T = Q$

Chiếu xuống Oy :  $T\sin\alpha + Q\sin\alpha - P = 0 \Rightarrow 2T\sin\alpha = P$

$$T = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{10}{2\sin 30^\circ}$$

Vậy :  $T = Q = 10\text{N}$ .

### CÂN BẰNG CỦA VẬT NẸM TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG

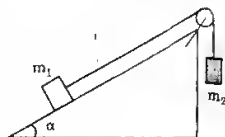
**200** Hai vật  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau qua ròng rọc như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa vật  $m_1$  và mặt phẳng nghiêng là  $\mu$ .

Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây nối. Dây nối

không co giãn. Tính tỉ số giữa  $m_2$  và  $m_1 \left( \frac{m_2}{m_1} \right)$  để

vật  $m_1$  :

- Đi lên thẳng đều.
- Đi xuống thẳng đều.
- Dừng yên (lúc đầu vật đứng yên).



### Giải

a)  $m_1$  đi lên thẳng đều

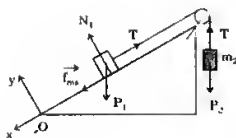
- Các lực tác dụng vào  $m_1$  :

+ Trọng lực  $\vec{P}_1$

+ Phản lực  $N_1$

+ Lực căng  $\vec{T}$  có độ lớn  $T = P_2$

+ Lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$  hướng xuống dưới dọc theo mặt phẳng nghiêng.



- Vì vật chuyển động thẳng đều :  $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$

- Chiếu xuống Ox :  $P_1 \sin \alpha - T + f_{ms} = 0$

$$\text{hay : } P_1 \sin \alpha - P_2 + \mu N_1 = 0 \quad (1)$$

Chiếu xuống Oy :  $N_1 - P_1 \cos \alpha = 0$

$$N_1 = P_1 \cos \alpha \quad (2)$$

(1) và (2) :  $P_1 \sin \alpha - P_2 + \mu P_1 \cos \alpha = 0$

$$P_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = P_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \sin \alpha + \mu \cos \alpha \quad \text{hay} \quad \frac{m_2}{m_1} = \sin \alpha + \mu \cos \alpha \quad (3)$$

b)  $m_1$  đi xuống thẳng đều :

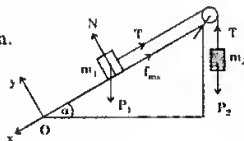
Trường hợp này lực ma sát  $\vec{f}_{ms}$  hướng lên.

Lí luận tương tự như trên ta có :

$$\begin{cases} P_1 \sin \alpha - P_2 - \mu N = 0 \\ N = P_1 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_1 \sin \alpha - P_2 - \mu P_1 \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \sin \alpha - \mu \cos \alpha \quad \text{hay : } \frac{m_2}{m_1} = \sin \alpha - \mu \cos \alpha \quad (4)$$



c)  $m_1$  đứng yên : Lúc ban đầu vật đứng yên :

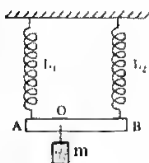
- Biểu thức (3) cũng là giá trị lớn nhất của  $\frac{m_2}{m_1}$  để vật  $m_1$  còn đứng yên (để chuẩn bị chạy lên).

- Biểu thức (4) là giá trị bé nhất của  $\frac{m_2}{m_1}$  để vật  $m_1$  còn đứng yên (để chuẩn bị chạy xuống).

$$\text{Vậy để } m_1 \text{ đứng yên thì : } \sin \alpha - \mu \cos \alpha \leq \frac{m_2}{m_1} \leq \sin \alpha + \mu \cos \alpha .$$

## ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG CỦA 3 LỰC SONG SONG

**201** Hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có độ cứng là  $K_1$  và  $K_2$ , chiều dài tự nhiên bằng nhau. Đầu trên của 2 lò xo móc vào trần nhà nằm ngang, đầu dưới móc vào thanh  $AB = 1\text{m}$ , nhẹ, cứng sao cho 2 lò xo luôn luôn thẳng đứng. Tại  $O$  ( $OA = 40\text{cm}$ ) ta móc quả cân khối lượng  $m = 1\text{kg}$  thì thanh  $AB$  có vị trí cân bằng mới và nằm ngang.



- a) Tính lực đàn hồi của mỗi lò xo.
  - b) Biết  $K_1 = 120\text{N/m}$ . Tính độ cứng  $K_2$  của  $L_2$ .
- Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

a) Lực đàn hồi của mỗi lò xo :

- Khi cân bằng thanh  $AB$  chịu tác dụng 3 lực :

- Trọng lực  $\vec{P}$  có hướng thẳng đứng xuống dưới.
- 2 lực đàn hồi của 2 lò xo hướng thẳng đứng lên trên.

- Đây là 3 lực song song nên để vật cân bằng thì :

+ Hợp lực  $\vec{F}$  của 2 lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  (ở bên ngoài) phải cân bằng với lực ở giữa tức điểm đặt của  $\vec{F}$  cũng là  $\vec{P}$  (tức  $O$ ) và  $F = P$ .

- Quy tắc hợp lực song song cho :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} = 1,5 \Rightarrow F_1 = 1,5F_2$$

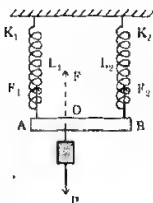
$$\text{Và : } F = P = F_1 + F_2 = 2,5F_2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{P}{2,5} = 4\text{N} \Rightarrow F_2 = 6\text{N}$$

b) Độ cứng  $K_2$  của  $L_2$  :

Vì 2 lò xo có cường độ đàn hồi  $\Delta l$  nên :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{K_1 \Delta l}{K_2 \Delta l} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{K_1}{K_2} \Rightarrow K_2 = K_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} = 120 \cdot \frac{4}{6} = 80\text{N/m}.$$



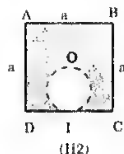
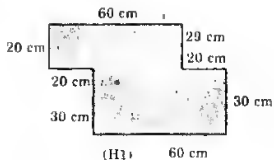
## TÌM TRỌNG TÂM CỦA BẢN MỎNG

**202** Tìm vị trí trọng tâm của bản mỏng khối lượng phân bố đều.

a) Bản mỏng có dạng như hình 1

b) Bản mỏng có dạng như hình 2, trong đó  $ABCD$  là 1 hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $a$  bị khoét mất một lỗ tròn đường kính  $OI$  với  $I$  là trung điểm cạnh  $CD$ .





### Giải

a) Trọng tâm bản mỏng ( $H_1$ ) :

Bản mỏng được chia thành 2 bản mỏng nhỏ :

- Bản mỏng ABCD có trọng tâm là  $G_1$ , trọng lực  $\vec{P}_1$ .
- Bản mỏng EFGH có trọng tâm là  $G_2$ , trọng lực và  $\vec{P}_2$ .
- Gọi G là trọng tâm của cả bản mỏng, đó chính là điểm đặt của trọng lực  $\vec{P}$  với  $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

Vậy muốn tìm điểm G ta đi tìm điểm đặt hợp lực của 2 lực song song và cùng chiều  $\vec{P}_1$  và  $\vec{P}_2$ .

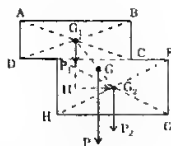
- Áp dụng hợp lực của 2 lực song song và cùng chiều, ta có :

$$\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Và vì bản mỏng có khối lượng phân bố đều nên :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1800\text{cm}^2}{1200\text{cm}^2} = 1,5$$

$$\text{Vậy : } \frac{GG_1}{GG_2} = 1,5 \Rightarrow GG_1 = 1,5 GG_2$$



Mặt khác, ta có :  $G_1G_2 = \sqrt{G_1H^2 + HG_2^2} = \sqrt{25^2 + 20^2} \approx 32\text{cm}$

hay  $GG_1 + GG_2 = 32$

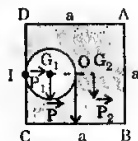
$$1,5GG_2 + GG_2 = 32 \Rightarrow GG_2 = \frac{32}{2,5} = 12,8\text{ (cm)}$$

Vậy G nằm trên đoạn  $G_1G_2$  và cách  $G_2$  12,8cm.

b) Trọng tâm của bản mỏng ( $H_2$ ) ?

Ta hãy xét bản mỏng trước khi khoét.

Trọng lực của cả bản mỏng là  $\vec{P}$  đặt tại O.



Trọng lực của bán sê khoét là  $\vec{P}_1$  đặt tại  $G_1$ .

Trọng lực của bán còn lại  $\vec{P}_2$  đặt tại  $G_2$  phải đi tìm.

Ta có :  $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$  nên  $\frac{OG_2}{OG_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_1}{S - S_1}$

Với :  $\begin{cases} S_1 = \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2 \\ S = a^2 \end{cases}$  nên  $\frac{OG_2}{OG_1} = \frac{\pi \left(\frac{a}{4}\right)^2}{a^2 - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{\pi}{16 - \pi}$

$\Rightarrow OG_2 = \frac{\pi}{16 - \pi} \cdot OG_1 = \frac{\pi}{16 - \pi} \times \frac{a}{4}$  hay  $OG_2 = \frac{\pi a}{4(16 - \pi)}$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**203** Một quả cầu bán kính  $R = 20\text{cm}$ , khối lượng  $m = 2\text{kg}$  được treo vào tường nhẵn bằng sợi dây  $AB = 20\text{cm}$  như hình vẽ.

- Xác định giá sức căng  $T$  của dây  $AB$  khi quả cầu cân bằng.
- Tính áp lực quả cầu lên tường và sức căng  $T$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

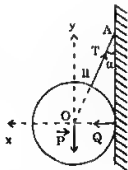
#### Hướng dẫn

a) Giá của  $\vec{T}$  là  $AO$

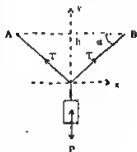
b) + Tính được  $\alpha = 30^\circ$

+ Chiều trên  $Oy$  :  $T = \frac{P}{\cos 30^\circ} \approx 23,1\text{N}$

+ Chiều trên  $Ox$  :  $Q = T \sin 30^\circ \approx 11,55\text{N}$ .



**204** Một sợi dây căng ngang giữa hai điểm cố định A, B với  $AB = 2\text{m}$ . Treo vào trung điểm của dây một vật có khối lượng  $m = 10\text{kg}$  thì khi vật đã cân bằng nó hạ xuống khoảng  $h = 50\text{cm}$  (H vẽ). Tính lực căng dây. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



#### Hướng dẫn

• Tính được :  $\sin \alpha \approx 0,447$

• Sau khi chiếu xuống  $Ox$  và  $Oy$  :  $T = \frac{P}{2 \sin \alpha} \approx 104,8\text{N}$ .

**205** Một vật có trọng lượng  $P = 10\text{N}$  được giữ đứng yên trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  bằng lực  $\vec{F}$  có phương nằm ngang như hình vẽ. Biết  $\tan \alpha = 0.5$

và hệ số ma sát  $\mu = 0,2$ .

Tính giá trị lực  $F$  lớn nhất và bé nhất. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

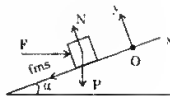


### Hướng dẫn

a)  $F$  lớn nhất thì vật có xu hướng chạy lên ( $\vec{f}_{ms}$  hướng xuống dưới).

$$\begin{cases} F_{\max} \cos \alpha - P \sin \alpha - \mu N = 0 \\ -F_{\max} \sin \alpha - P \cos \alpha + N = 0 \end{cases}$$

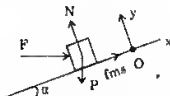
$$\Rightarrow F_{\max} = P \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = p \cdot \frac{\text{tg} \alpha + \mu}{1 - \mu \text{tg} \alpha} \approx 7,8\text{N}.$$



b) Nhỏ nhất thì vật có xu hướng chạy xuống ( $\vec{f}_{ms}$  có hướng lên)

$$\begin{cases} F_{\min} \cos \alpha - P \sin \alpha + \mu N = 0 \\ -F_{\min} \sin \alpha - P \cos \alpha + N = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{\min} = P \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = P \frac{\text{tg} \alpha - \mu}{1 + \mu \text{tg} \alpha} \approx 2,7\text{N}.$$

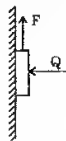


**206** Một vật có trọng lượng  $P = 27\text{N}$  được ép sát vào tường nhờ lực  $Q = 10\text{N}$  vuông góc với tường (Hình vẽ). Ngoài ra vật còn chịu lực  $\vec{F}$  thẳng đứng hướng lên. Gọi  $F_1$  là giá trị tối thiểu của  $F$  để vật đứng yên và  $F_2$  là giá trị để vật chuyển động thẳng đều đi lên thì  $\frac{F_1}{F_2} = 0,8$ .

a) Tính hệ số ma sát  $\mu$  của vật và tường.

b) Với  $F = 25\text{N}$  và  $F = 29\text{N}$  thì vật lúc đó thế nào?

Độ lớn và hướng của lực ma sát.



### Hướng dẫn

a) • Với  $F = F_1$ : Vật chịu  $\vec{f}_{ms}$  (nghỉ) cực đại hướng lên nên:

$$F_1 = P - \mu Q \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Với } F = F_2: F_2 = P + \mu Q \quad (2)$$

$$\bullet \quad \frac{F_1}{F_2} = 0,8 \Rightarrow \mu = 0,3$$

$$b) \bullet \quad (1) \Rightarrow F_1 = 24\text{N}$$

$$(2) \Rightarrow F_2 = 30\text{N}$$

$F_1 < F < F_2$ : Vật đứng yên.

$$\bullet F = 25\text{N}: \vec{f}_{ms} \text{ hướng lên với } f_{ms} = P - F = 2\text{N}$$

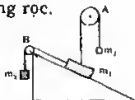
$$\bullet F = 29\text{N}: \vec{f}_{ms} \text{ hướng xuống với } f_{ms} = F - P = 2\text{N}.$$

**207** Tìm khối lượng  $m_3$  bé nhất để vật  $m_1$  nằm yên trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  với mặt ngang, biết lúc đó dây nối  $m_1$  với ròng rọc A thẳng đứng; dây nối  $m_1$  với ròng rọc B song song với mặt nghiêng. Hệ số ma sát giữa vật  $m_1$  và mặt phẳng nghiêng là  $\mu$ . Bỏ qua khối lượng dây nối và ròng rọc.

### Hướng dẫn

$m_3$  bé nhất,  $f_{ms}$  (nghỉ) cực đại hướng lên.

$$\begin{cases} P_3 + f_{ms} - (P_1 - P_2) \sin \alpha = 0 \\ N + P_2 \cos \alpha - P_1 \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow m_3 = (m_1 - m_2)(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

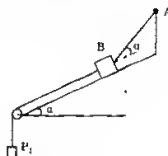


**208** Một vật có trọng lượng  $P$  nằm yên trên mặt phẳng nghiêng với phương nằm ngang góc  $\alpha$  nhờ vật có trọng lượng  $P_1$  và dây AB (hợp với phương mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ ) như hình vẽ. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

Tính lực căng  $T$  của dây AB và áp lực của vật lên mặt phẳng nghiêng.

**Đáp số:**

- $T = \frac{P \sin \alpha + P_1}{\cos \alpha}$
- $N = \frac{P \cos 2\alpha - P_1 \sin \alpha}{\cos \alpha}$

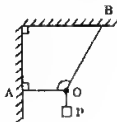


**209** Vật có trọng lượng  $P$  được treo bởi 2 sợi dây OA và OB như hình vẽ. Khi vật cân bằng thì  $\angle AOB = 120^\circ$ .

Tính lực căng của 2 dây OA và OB.

**Đáp số:**

- Dây OA:  $T_1 = \frac{P}{\sqrt{3}}$
- Dây OB:  $T_2 = \frac{2P}{\sqrt{3}}$



**210** Một cây trụ nhẹ AB thẳng đứng được kéo bởi 2 dây: dây BC nằm ngang và dây BO nghiêng với trục góc  $\alpha = 30^\circ$  (H vẽ). Áp lực của trục lên sàn là  $Q = 17,32 \text{ N}$ .

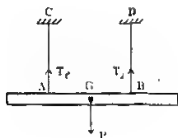
Tính lực căng của hai dây.

**Đáp số:**

- Dây BC:  $T_1 = 10 \text{ N}$
- Dây BD:  $T_2 = 20 \text{ N}$



**211** Một thanh cứng được treo ngang bởi 2 dây không giãn CA và OB (H vẽ). Dây CA và OB chịu được lực căng tối đa là  $T_1 = 50 \text{ N}$  và  $T_2 = 30 \text{ N}$ . Biết khi cân bằng thanh cứng nằm ngang, các dây treo



thẳng đứng và  $AB = 1\text{m}$ .

Tính trọng lượng tối đa của thanh cứng, vị trí các điểm treo A và B.

### Hướng dẫn

- $P_{\max} = T_1 + T_2 = 80\text{N}$

$$\begin{cases} \frac{GA}{GB} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{5} \\ GA + GB = 1 \end{cases} \Rightarrow GA = 3,75\text{m}; \quad GB = 6,25\text{m}.$$

**212** Một ba-ri-e gồm thanh cứng  $AB = 4\text{m}$ , trọng lượng  $P = 35\text{N}$ . Đầu A đặt vật nặng có trọng lượng  $P_1 = 140\text{N}$ , thanh có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh trục nằm ngang ở O cách đầu A  $0,5\text{m}$ .

Tính áp lực của thanh lên trục O và lên chốt ngang ở B khi thanh cân bằng nằm ngang.



### Hướng dẫn

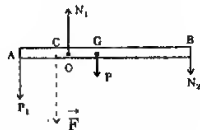
- Thay  $\vec{P}$  và  $\vec{P}_1$  bằng lực  $\vec{F}$  đặt ở C với :

$$F = P + P_1 = 175\text{N}$$

$$\text{Và : } \begin{cases} \frac{GA}{CG} = \frac{P}{P_1} = \frac{1}{4} \\ GA + CG = 2\text{m} \end{cases} \Rightarrow CA = 0,4\text{m}$$

$$\Rightarrow GO = 0,1\text{m}$$

- $\vec{N}_1$  cân bằng với  $\vec{F}$  và  $\vec{N}_2$  nên :  $\begin{cases} \frac{N_2}{F} = \frac{OG}{OB} \Rightarrow N_2 = 5N_{W[P+P_1]} \\ N_1 = N_2 + F = 180\text{N} \end{cases}$



**213** Một bán mỏng đồng chất tâm O, bán kính  $OA = R$  được khoét một lỗ tròn đường kính OA. Tìm trọng tâm của phần bán mỏng còn lại.

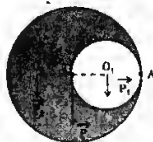
### Hướng dẫn

Bán mỏng  $(O; R) =$  bán mỏng  $\left(O_1, \frac{R}{2}\right) +$  bán mỏng còn lại.

$$\vec{P} \text{ (tại O)} = \vec{P}_1 \text{ (tại } O_1) + \vec{P}_2 \text{ (tại } O_2)$$

$$\frac{OO_2}{OO_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{S_1}{S - S_1} = \frac{1}{3}$$

$$OO_1 = \frac{R}{3}$$



Loại 2 :

## CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

### Tóm tắt lý thuyết

#### I. Vật rắn có trục quay cố định chịu tác dụng 1 lực

- Giá của lực không qua trục quay : Vật sẽ quay.
- Giá của lực qua trục quay : Vật đứng yên.

#### II. Momen lực

- Mô men lực là đại lượng đặc trưng cho tác dụng quay của lực.
- Công thức :  $M = F \cdot d$

$$(N.m) \quad (N).(m)$$

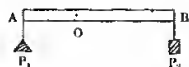
#### III. Điều kiện cân bằng của một vật có trục quay cố định

Một vật có trục quay cố định đứng cân bằng khi tổng các mômen lực làm vật quay theo chiều kim đồng hồ bằng tổng các mômen lực làm vật quay theo chiều ngược lại.

## BÀI TẬP MẪU

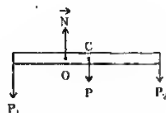
### THƯỚC CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

**214** Thước AB = 100cm, trọng lượng  $P = 10N$  có thể quay dễ dàng xung quanh một trục nằm ngang qua O với  $OA = 30cm$ . Đầu A treo vật nặng  $P_1 = 30N$ . Để thanh cân bằng ta cần treo tại đầu B một vật có trọng lượng  $P_2$  bằng bao nhiêu ?



*Giải*

- Thước chịu tác dụng của lực :  
+ Các trọng lực  $\vec{P}, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ .  
+ Phản lực  $\vec{N}$  của trục O.
- Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay O :



$$M_{P_1} = M_P + M_{P_2}$$

$$P_1 \cdot OA = P \cdot OC + P_2 \cdot OB \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 \cdot OA - P \cdot OC}{OB} = \frac{30 \cdot 30 - 10 \cdot 20}{70} = 10N$$

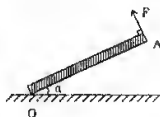
**Chú ý :**

- Lực  $\vec{N}$  qua O nên nó không có tác dụng quay.
- OA, OC, OB không cần thiết phải dùng đơn vị mét.

## THANH VUA CÓ CÂN BẰNG TỊNH TIẾN VUA CÓ CÂN BẰNG QUAY

**215** Để giữ thanh nặng OA có thể nằm nghiêng với mặt sàn góc  $\alpha = 30^\circ$ , ta kéo đầu A bằng sợi dây theo phương vuông góc với thanh, còn đầu O được giữ hời hần lế. Biết trọng lượng thanh là  $P = 400\text{N}$ .

a) Dùng quy tắc mômen để tính độ lớn lực kéo F rồi suy ra độ lớn phản lực Q của bản lế lên thanh và góc  $\beta$  hợp bởi  $\vec{Q}$  với thanh OA.



b) Xác định giá của phản lực  $\vec{Q}$  và tìm lại giá trị góc  $\beta$ .

**Giải**

a) Độ lớn lực kéo F và phản lực Q :

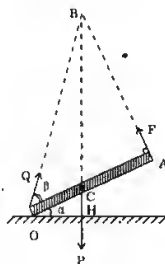
- Các lực tác dụng vào thanh :  $\vec{P}, \vec{F}, \vec{Q}$ .
- Vì thanh cân bằng quay đối với trục quay O nên :

$$\vec{M}_F = \vec{M}_P$$

$$F \times OA = P \times OH$$

Với  $OH = OC \cdot \cos \alpha = \frac{OA}{2} \cdot \cos \alpha$  nên :

$$F = \frac{P}{2} \cos \alpha = \frac{400}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \approx 173,2\text{N}$$



- Vì thanh không chuyển động tịnh tiến nên :  $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} = \vec{0}$

Chiếu xuống 2 trục Ox và Oy :

$$\begin{cases} -P \sin \alpha + Q \cos \beta = 0 \\ -P \cos \alpha + Q \sin \beta + F = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q \cos \beta = P \sin \alpha & (1) \\ Q \sin \beta = P \cos \alpha - F & (2) \end{cases}$$

Bình phương 2 phương trình (1) và (2) rồi cộng lại :

$$Q^2(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = (P \sin \alpha)^2 + (P \cos \alpha - F)^2$$

hay :  $Q^2 = P^2 + F^2 - 2PF \cos \alpha$

$$= 400^2 + (100\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 400 \cdot 100\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7 \cdot 10^4$$

$$Q \approx 265\text{N}$$

$$(1) \rightarrow \cos \beta = \frac{P \sin \alpha}{Q} = 0,7547 \Rightarrow \beta \approx 41^\circ$$

b) Giá của phản lực Q và tìm lại  $\beta$ .

Vì thanh cân bằng nên 3 lực  $\vec{P}, \vec{F}, \vec{Q}$  phải đồng phẳng và đồng quy tại

1 điểm. Gọi điểm đó là B.

$$\bullet \Delta ACB \rightarrow \tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{CA}$$

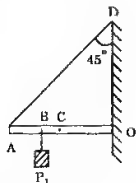
$$\bullet \Delta AOB \rightarrow \tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OA}$$

$$\frac{\tan \widehat{AOB}}{\tan \widehat{ACB}} = \frac{CA}{OA} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \tan \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot \tan 60^\circ = 0,866 \Rightarrow \beta = \widehat{AOB} \approx 41^\circ$$

### DÂY TREO THANH CHỊU LỰC CĂNG CỰC ĐẠI

**216** Thanh OA đồng chất và tiết diện đều dài  $l = 1\text{m}$ , trọng lực  $P = 5\text{N}$ , thanh có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh bản lề O gắn vào tường. Để thanh nằm ngang, đầu A của thanh được giữ bởi dây DA hợp với tường góc  $45^\circ$ . Dây chỉ chịu được lực căng tối đa là  $T_{\max} = 14,14\text{N}$ .



a) Hỏi ta có thể treo vật nặng  $P_1 = 10\text{N}$  tại một điểm B trên thanh xa bản lề O nhất là bao nhiêu cm?

b) Xác định giá và độ lớn của phản lực  $\vec{Q}$  của thanh lên bản lề ứng với vị trí B vừa tìm.

**Giải**

a) Vị trí treo vật :

• Các lực tác dụng vào thanh :  $\vec{P}, \vec{P}_1, \vec{T}, \vec{Q}$

• Đối với bản lề O :  $M_T = M_P + M_{P_1}$

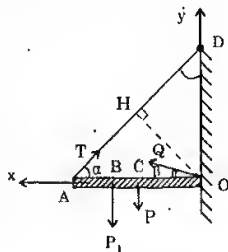
$$T \cdot OH = P \cdot OC + P_1 \cdot OB$$

$$T = \frac{P \cdot OC + P_1 \cdot OB}{OH} \leq T_{\max}$$

$$\Rightarrow OB \leq \frac{T_{\max} \cdot OH - P \cdot OC}{P_1}$$

$$OB \leq \frac{10\sqrt{2} \cdot 2,50\sqrt{2} - 5,50}{10} = 75\text{cm}$$

$$\text{Vậy : } OB_{(\max)} = 75\text{cm}$$



b) Phản lực  $\vec{Q}$  :

Vì thanh cân bằng tịnh tiến nên :  $\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{T}_{\max} + \vec{Q} = \vec{0}$



$$\begin{aligned} \text{Chiều xuống OC : } & -T_{\max} \cos \alpha + Q \cos \beta = 0 \\ \Rightarrow & Q \cos \beta = T_{\max} \cos \alpha = 10 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Chiều xuống Oy : } & T_{\max} \sin \alpha + Q \sin \beta - P - P_1 = 0 \\ \Rightarrow & Q \sin \beta = P + P_1 - T_{\max} \sin \alpha = 5 \end{aligned} \quad (2)$$

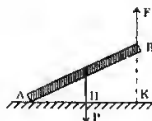
$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } Q^2 = 10^2 + 5^2 = 125 \Rightarrow Q \approx 11,2 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{11,2} \approx 0,4464 \Rightarrow \beta = 26^\circ 30'$$

Vậy giá của  $Q$  là đường qua  $O$  và hợp với thanh ngang góc  $26^\circ 30'$ .

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**217** Để giữ thanh gỗ  $AB$  có khối lượng phân bố đều bằng lực  $\vec{F}$  hướng lên như hình vẽ thì độ lớn lực  $\vec{F}$  là bao nhiêu, biết trọng lượng thanh gỗ là  $P$ .



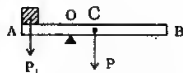
*Hướng dẫn*

$$F \times AK = P \cdot AH \Rightarrow F = P/2.$$

**218** Thanh  $AB$  dài  $1,8\text{m}$  đồng chất và tiết diện đều có trọng lực  $P = 200\text{N}$  được đặt nằm ngang trên đòn kê ở  $O$ . Ngoài ra đầu  $A$  còn đặt thêm vật có trọng lực  $P_1 = 100\text{N}$ . Định vị trí điểm tựa  $O$  để thanh cân bằng và tính áp lực lên đòn kê.

*Hướng dẫn*

$$\bullet \begin{cases} \frac{OA}{OC} = \frac{P}{P_1} = 2 \\ OA + OC = 0,9\text{M} \end{cases} \Rightarrow OA = 0,6\text{m}$$



$$\bullet \text{ Áp lực lên đòn kê : } Q = P + P_1 = 300\text{N}.$$

**219** Để đẩy bánh xe có bán kính  $R$ , trọng lực  $P$  lên được bậc thang có độ cao  $h < R$  thì lực đẩy  $\vec{F}$  có giá trị tối thiểu là bao nhiêu, biết lực  $\vec{F}$  nằm ngang và đặt vào trục quay của bánh xe.

*Hướng dẫn*

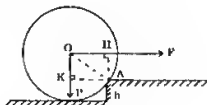
$$\text{Điều kiện : } M_F \geq M_P \quad (\text{đối với A})$$

$$F \times AH \geq P \cdot AK$$

$$F(R - h) \geq P \cdot R \cdot \cos \alpha.$$

$$F \geq P \frac{\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}$$

$$F_{\min} = P \frac{\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}$$



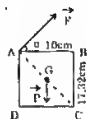
**220** ABCD là tiết diện thẳng đi qua khối tâm của khối gỗ hình hộp chữ nhật có trọng lượng  $P = 100\text{N}$  với  $AB = 10\text{cm}$ ,  $BC = 17,32\text{cm}$ .

Tính độ lớn của lực  $\vec{F}$  để khối gỗ này có thể lật xung quanh cạnh qua C, biết lực  $\vec{F}$  hợp với AB góc  $\alpha = 30^\circ$ .

*Hướng dẫn*

$$F \cdot AC \geq P \cdot \frac{CD}{2}$$

$$F \geq 25\text{N} \quad (\text{Chú ý: } \vec{F} \perp AC)$$



**Loại 3 :**

### ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG TỔNG QUÁT CỦA VẬT RẮN

#### Tóm tắt lý thuyết

- Tổng đại số các hình chiếu của các lực lên các trục tọa độ phải bằng không.
- Tổng đại số các mômen lực phải bằng không.

#### BÀI GIẢI MẪU

#### ĐỨNG YÊN CỦA THANH TỰA VÀO TƯỜNG

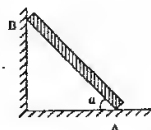
**221** Ta dựng một thanh dài có trọng lực  $P$  vào một bức tường thẳng đứng. Hệ số ma sát giữa sàn và thanh là  $\mu_1$ , giữa tường và thanh là  $\mu_2$ . Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi thanh và sàn.

a)  $\alpha$  nhỏ nhất bằng bao nhiêu để thanh còn đứng yên ?

b) Xét các trường hợp đặc biệt :

- Tường nhẵn :  $\mu_2 = 0$
- Sàn nhà :  $\mu_1 = 0$
- Cả tường và sàn đều nhẵn :  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ .

*Giải*



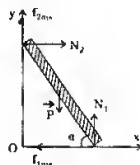
a) Tính  $\alpha_{\min}$  :

- Các lực tác dụng vào thanh :

$$\vec{P}, \vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{f}_{1ms}, \vec{f}_{2ms}$$

- Vì thanh cân bằng tĩnh tiến nên :

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{f}_{1ms} + \vec{f}_{2ms} = \vec{0}$$



Chiếu xuống 2 trục Ox và Oy :  $\begin{cases} N_2 - t_{1ms} = 0 \\ -P + N_1 + f_{2ms} = 0 \end{cases}$

Với  $\alpha = \alpha_{\min}$  thì các lực ma sát nghỉ đạt giá trị cực đại :  $f_{1ms} = \mu_1 N_1$  ;  $f_{2ms} = \mu_2 N_2$ , do đó :

$$\begin{cases} N_2 - \mu_1 N_1 = 0 \\ -P + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow N_2 = \mu_1 N_1 = \mu_1 (P - \mu_2 N_2)$$

$$\Leftrightarrow N_2 = \frac{\mu_1}{1 + \mu_1 \mu_2} \cdot P \quad (1)$$

- Thanh đứng yên nên nó cân bằng quay với mọi điểm, ví dụ điểm A,

nên :  $M_{\rightarrow N_2} + M_{\rightarrow f_{2ms}} = M_{\rightarrow P}$

$$N_2 \cdot l \cdot \sin \alpha_{\min} + \mu_2 N_2 l \cos \alpha_{\min} = P \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha_{\min}$$

$$N_2 (\sin \alpha_{\min} + \mu_2 \cos \alpha_{\min}) = \frac{P}{2} \cos \alpha_{\min}$$

$$\Leftrightarrow N_2 = \frac{P}{2} \frac{\cos \alpha_{\min}}{\sin \alpha_{\min} + \mu_2 \cos \alpha_{\min}} \quad (2)$$

(1) và (2) cho :  $\frac{P}{2} \frac{\cos \alpha_{\min}}{\sin \alpha_{\min} + \mu_2 \cos \alpha_{\min}} = \frac{\mu_1}{1 + \mu_1 \mu_2} P$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \alpha_{\min} + \mu_2 \cos \alpha_{\min}}{\cos \alpha_{\min}} = \frac{1 + \mu_1 \mu_2}{2\mu_1}$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\min} = \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2\mu_1} \quad (3)$$

b) Các trường hợp đặc biệt :

- Tường nhẵn ( $\mu_2 = 0$ ) : (3)  $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\min} = \frac{1}{2\mu_1}$
- Sàn nhẵn ( $\mu_1 = 0$ ) hoặc tường và sàn nhẵn ( $\mu_1 = \mu_2 = 0$ )

$$(3) \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\min} = \infty$$

$$\alpha_{\min} = \frac{\pi}{2} : \text{ thanh thẳng đứng.}$$

### THANH TỰA TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG KHÔNG MA SÁT

**222** Một thanh đồng chất AB có trọng lực P; đầu B dựa vào mặt phẳng nằm ngang, đầu A dựa vào mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  (H. vẽ).



Đặt vào đầu A một lực  $F$  song song với mặt phẳng nghiêng.

Tính  $F$  để thanh cân bằng. Bỏ qua ma sát giữa các mặt phẳng và đầu thanh.

(Bài 50.5 – GK Vật lí 10 – ban A)

**Giải**

- Các lực tác dụng vào thanh :  $\vec{P}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$

- Đối với A ta có :  $M_P = M_{N_2}$

$$P \times AH = N_2 \times AK$$

$$N_2 = P \cdot \frac{AH}{AK} = \frac{P}{2}$$

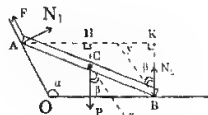
- Có :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{0}$

Chiếu xuống mặt phẳng nghiêng OA :

$$-P \cos \beta + F + N_2 \cos \beta = 0 \quad \text{với} \quad \beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

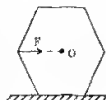
$$-P \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + F + \frac{P}{2} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) = 0 \Rightarrow F = \frac{P}{2} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{P}{2} \sin \alpha.$$



### VẬT TRƯỢT MÀ KHÔNG QUAY

**223** Đẩy một chiếc hút chì hình sáu cạnh dọc theo mặt phẳng nằm ngang (Hình vẽ). Với các giá trị nào của hệ số ma sát  $\mu$  giữa hút chì và mặt phẳng thì hút chì sẽ trượt mà không quay.



(Đề thi học sinh giỏi Liên Xô)

**Giải**

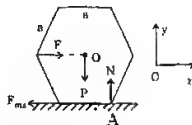
- Các lực tác dụng vào vật :  $\vec{F}$ ,  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{f}_{ms}$

- Vật không quay quanh A :  $M_F \leq M_P$

$$F \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \leq P \cdot \frac{a}{2}$$

$$F \leq \frac{P}{\sqrt{3}}$$

(1)



- Vật trượt trên mặt ngang :  $\vec{F} + \vec{f}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \begin{cases} F - f_{ms} \geq 0 \\ -P + N = 0 \end{cases} \Rightarrow F \geq f_{ms} = \mu P \quad (2)$$

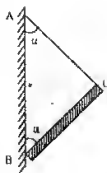
$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho: } \mu P \leq F \leq \frac{P}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

### TÍNH HỆ SỐ MA SÁT $\mu$ GIỮA THANH VÀ TƯỜNG ĐỂ THANH KHÔNG TRƯỢT

**224** Thanh nặng BC có 1 đầu tựa vào tường nhám, còn đầu kia được giữ bằng dây không dẫn AC có cùng chiều dài với thanh ( $AC = BC$ ). Thanh hợp với tường góc  $\alpha$ .

a) Tính hệ số ma sát  $\mu$  giữa tường và thanh để thanh đứng yên.

b) Biết  $\mu < 1$ . Tính giá trị góc  $\alpha$ .



**Giải**

a) Tính hệ số ma sát  $\mu$ : Đặt  $AC = BC = l$ , ta tính được:

$$\begin{cases} AB = 2AD = 2l \cos \alpha \\ BH = AB \sin \alpha = 2l \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ BK = \frac{l}{2} \sin \alpha \end{cases}$$

- Các lực tác dụng vào thanh:  $\vec{P}$ ,  $\vec{f}_{ms}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{T}$
- Vì thanh không quay nên đối với B:

$$M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$$

$$T \cdot BH = P \cdot BK$$

$$T \cdot 2l \cos \alpha \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha \Rightarrow T = \frac{P}{4 \cos \alpha} \quad (1)$$

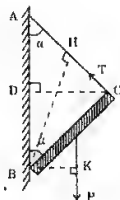
- Vì thanh không chuyển động nên:

$$\vec{P} + \vec{f}_{ms} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} N - T \sin \alpha = 0 \\ -P + f_{ms} + T \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow N = T \sin \alpha = \frac{P}{4} \tan \alpha$$

$$(1) \text{ và } (3) \Rightarrow f_{ms} = P - T \cos \alpha = P - \frac{P}{4} = \frac{3P}{4}$$

$$\text{mà: } f_{ms} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{f_{ms}}{N} = \frac{\frac{3P}{4}}{\frac{P}{4} \tan \alpha} \geq \frac{3}{\tan \alpha}$$

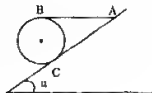


b) Giá trị góc  $\alpha$ :

$$\text{Với } \mu < 1, \text{ vậy: } 1 > \frac{3}{\tan \alpha} \Rightarrow \tan \alpha > 3 \Rightarrow \alpha > 72^\circ.$$

### QUẢ CẦU ĐỨNG YÊN TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG

**225** Một quả cầu có trọng lực  $P$  được giữ nằm yên trên mp nghiêng góc  $\alpha$  so với phương ngang nhờ dây AB nằm ngang (Hình vẽ).



Tính sức căng  $T$  và hệ số ma sát  $\mu$  giữa quả cầu và mặt phẳng nghiêng.

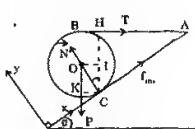
*Giải*

- Các lực tác dụng vào quả cầu:  $\vec{P}, \vec{T}, \vec{f}_{ms}, \vec{N}$
- Vật không quay xung quanh C nên:

$$M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$$

$$T \cdot CH = P \cdot CK$$

$$\text{Với } \begin{cases} CH = CI + IH = R \cos \alpha + R = R(1 + \cos \alpha) \\ CK = R \sin \alpha \end{cases}$$



$$\text{nên: } T \cdot R(1 + \cos \alpha) = P \cdot R \sin \alpha \Rightarrow T = P \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (1)$$

- Vật không chuyển động tịnh tiến nên:  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$

$$\text{Chiếu xuống } Ox \text{ và } Oy: \begin{cases} -P \sin \alpha + T \cos \alpha + f_{ms} = 0 & (2) \\ -P \cos \alpha - T \sin \alpha + N = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow f_{ms} = P \sin \alpha - T \cos \alpha = P \sin \alpha - P \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \cos \alpha = P \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$(1) \text{ và } (3) \Rightarrow N = P \cos \alpha + T \sin \alpha = P \cos \alpha + P \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} = P$$

$$\text{Với } f_{ms} \text{ là lực ma sát nghỉ nên: } f_{ms} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{f_{ms}}{N} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**226** Một thang nhẹ dài  $l = 5\text{m}$  tựa vào tường nhẵn và nghiêng với sàn góc  $\alpha = 60^\circ$  (Hình vẽ). Hệ số ma sát giữa thang và sàn là  $\mu$ . Hỏi người ta có thể leo lên đến độ cao tối đa bao nhiêu mà thang vẫn đứng yên trong 2 trường hợp:

a)  $\mu = 0,5$

b)  $\mu = 0,7$ .

### Hướng dẫn

- Vật không quay :  $M_P = M_{N_2}$  (đối với A)

$$P \cdot \frac{h}{\lg \alpha} = N_2 \cdot l \sin \alpha \Rightarrow N_2 = \frac{Ph}{l \cdot \lg \alpha \cdot \sin \alpha} \quad (1)$$

- Vật không chuyển động tịnh tiến :  $\begin{cases} N_2 - f_{ms} = 0 \\ N_1 - P = 0 \end{cases} \quad (2)$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow f_{ms} = N_2 = \frac{Ph}{l \cdot \lg \alpha \cdot \sin \alpha}$$

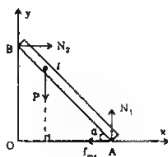
$$(3) \Rightarrow N_1 = P$$

- $f_{ms} = \mu N_1$

$$\frac{Ph}{l \cdot \lg \alpha \cdot \sin \alpha} = \mu P \Rightarrow h = \mu \lg \alpha \cdot l \sin \alpha.$$

a)  $h = 3,75\text{m}$

b)  $h = 5,25\text{m} > OB = l \sin \alpha = 4,33\text{m}$ . Vậy :  $h_{\max} = 4,33\text{m}$ .



**227** Thanh nặng AB đặt nghiêng với sàn góc  $\alpha = 60^\circ$  tại A, còn đầu B được giữ bởi sợi dây không giãn vuông góc với AB (H vẽ). Để thanh đứng yên thì hệ số ma sát  $\mu$  giữa thanh và sàn là bao nhiêu ?

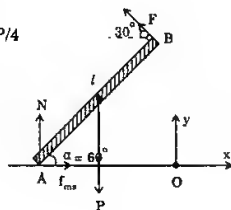
### Hướng dẫn

- Đối với A :  $M_T = M_P$

$$T \cdot l = P \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow T = P/4$$

- $\vec{T} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$

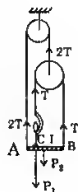
$$\Rightarrow \begin{cases} -T \cos 30^\circ + f_{ms} = 0 \Rightarrow f_{ms} = \frac{P\sqrt{3}}{8} \\ T \sin 30^\circ + N - P = 0 \Rightarrow N = \frac{7P}{8} \end{cases}$$



- $f_{ms} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$

**228** Một người có trọng lực  $P_1 = 600\text{N}$  đứng trên ghế treo tại C và kéo dây treo ghế như hình vẽ. Trọng lực ghế là  $P_2 = 200\text{N}$  và  $AB = 2\text{m}$ . Tính lực kéo và AC để AB nằm ngang.

Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây nối không co giãn.



### Hướng dẫn

- $4T = P_1 + P_2 \Rightarrow T = 200\text{N}$
- $2T.AC + P_2.CI = T.BC \Rightarrow AC = 0,5\text{m}$

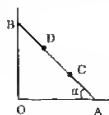
**229** Một chiếc thang có chiều dài  $AB = l$  và đầu A tựa vào sàn nhà nằm ngang, đầu B tựa vào tường thẳng đứng. Khối tám C của thang ở cách đầu A  $l/3$ . Thang hợp với sàn nhà góc  $\alpha$ .

1. Chứng minh rằng thang không thể đứng cân bằng nếu không có ma sát.

2. Gọi K là hệ số ma sát ở sàn và tường. Cho biết  $\alpha = 60^\circ$ . Tính giá trị nhỏ nhất  $K_{\min}$  của K để thang đứng cân bằng.

3.  $K = K_{\min}$ . Thang có trượt không nếu :

- Một người có trọng lượng bằng trọng lượng của thang đứng ở điểm C.
- Người ấy đứng ở điểm D cách đầu A  $2l/3$ .



(Đề thi HS giỏi Quốc gia - 1987)

### Hướng dẫn

1. Nếu không có lực ma sát thì 3 lực  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$  không đồng quy nên thang không thể đứng cân bằng.

2. Giải như bài 22 với  $K_1 = K_2 = K_{\min}$  ta được :

$$(1) \Rightarrow N_2 = \frac{K_{\min}}{1 + K_{\min}^2} P \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow N_2 = \frac{P}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + K_{\min} \cdot \cos \alpha} = \frac{P}{3} \frac{1}{\tan \alpha + K_{\min}} \quad (4)$$

$$(3) \text{ và } (4) \Rightarrow 2K_{\min}^2 + 3K_{\min} \sqrt{3} - 1 = 0 \Rightarrow K_{\min} = 0,18$$

3.a)  $K_{\min}$  không phụ thuộc vào P nên thang vẫn không trượt khi đứng ở C.

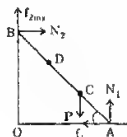
$$b) \text{ Khi có thêm } \vec{P} \text{ ở D thì : } \begin{cases} N_2 - K'_{\min} N_1 = 0 \\ -2p + N_1 + K_{\min} N_2 = 0 \end{cases}$$

( $K'$  là hệ số ma sát mới để làm thang đứng yên).

$$N_2 = \frac{2K'_{\min}}{1 + K'_{\min}} P \quad (5)$$

$$\text{và } M_{N_2} + M_{f_{\min}} = M_{P_{1 \times X_1}} + M_{P_{2 \times A}}$$

$$N_2 l \sin \alpha + K'_{\min} N_2 l \cos \alpha = P \frac{l}{3} \cos \alpha + P \frac{2l}{3} \cos \alpha$$





$$\Rightarrow N_2 = P \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + K'_{\min}} \quad (6)$$

$$(5) \text{ và } (6) \Rightarrow K'^2_{\min} + 2K'_{\min} \sqrt{3} - 1 = 0$$

$$K'_{\min} = 0.27 > K_{\min} : \text{thang trượt.}$$

**Loại 4 :**

### CÁC DẠNG CÂN BẰNG – MỨC VỮNG VÀNG CỦA CÂN BẰNG

#### Tóm tắt lí thuyết

##### I. Các dạng cân bằng

- CÂN BẰNG BỀN** : Trọng tâm ở vị trí thấp nhất.
- CÂN BẰNG KHÔNG BỀN** : Trọng tâm ở vị trí cao nhất.
- CÂN BẰNG PHIẾM ĐỊNH** : Trọng tâm của vật có vị trí ngang bằng so với vị trí lân cận.

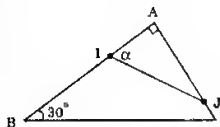
##### II. Cân bằng một vật có mặt chân đế

- Điều kiện cân bằng** : Điều kiện cân bằng của một vật có mặt chân đế là giá của trọng lực phải đi qua một chân đế.
- Mức vững vàng của trạng thái cân bằng** :  
Cân bằng của một vật càng vững vàng khi :
  - Trọng tâm càng thấp.
  - Diện tích mặt chân đế càng lớn.

### BÀI TẬP MẪU

#### CÂN BẰNG BỀN HAY KHÔNG BỀN

**230** Một khung kim loại ABC với  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 30^\circ$ , BC nằm ngang, khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Có hai viên bi giống hệt nhau trượt dễ dàng trên 2 thanh AB và AC. Hai viên bi này nối với nhau bằng thanh nhẹ IJ. Khi thanh cân bằng thì  $\widehat{AIJ} = \alpha$ .



a) Tính  $\alpha$

b) Cân bằng trên là bền hay không bền ?

**Giải**

a) *Tính  $\alpha$  :*

- Các lực tác dụng vào viên bi ở I :  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{T}_1$  (độ lớn là T)

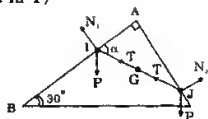
$$\text{Hình chiếu trên AB : } T \cos \alpha = P \cos 60^\circ = \frac{P}{2} \quad (1)$$

- Các lực tác dụng vào bi ở J :  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}_2$ ,  $\vec{T}_2$  (độ lớn là T)

Hình chiếu trên AC :

$$T \sin \alpha = P \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} P \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \quad (3)$$



b) Cân bằng trên là bền hay không bền ?

Khi thanh IJ di chuyển thì trọng tâm G của thanh chuyển động trên cung tròn tâm A bán kính  $AG = \frac{IJ}{2} = \text{const}$

Gọi  $G_0$  là vị trí thấp nhất của G thì  $G_0$  chính là tiếp điểm của cung tròn trên với tiếp tuyến

$$B_0 C_0 \parallel BC.$$

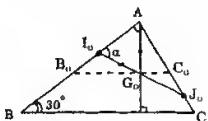
Lúc đó  $AG_0 \perp BC$

Hình vẽ  $\Rightarrow \widehat{I_0 A G_0} = 60^\circ$

mà  $\triangle AG_0 I_0$  cân tại  $G_0$  nên  $\widehat{A I_0 G_0} = 60^\circ \quad (4)$

(3) và (4) cho  $G \equiv G_0$

Vậy trọng tâm G của thanh là vị trí thấp nhất nên thanh có cân bằng bền.



## CÂN BẰNG CỦA VẬT TỰA TRÊN MẶT CHÂN ĐẾ

**231** Một khối hộp có các cạnh  $a = b = 20\text{cm}$ ,  $c = 30\text{cm}$  đặt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt nằm ngang (H vẽ). Hệ số ma sát trượt giữa khối và mặt phẳng nghiêng là  $\mu = 0,7$ . Nghiêng dần mặt phẳng nghiêng để tăng góc  $\alpha$ . Hỏi khối hộp sẽ đổ hay trượt trước trong hai trường hợp sau :

- Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.
- Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.

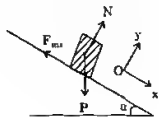
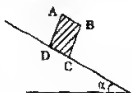
**Giải**

- Các lực tác dụng vào vật khi đứng yên :  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{f}_{\text{ms nghi}}$

$$\text{• Có : } \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{\text{ms nghi}} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} P \sin \alpha - f_{\text{ms}} = 0 \Rightarrow f_{\text{ms nghi}} = P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha + N = 0 \Rightarrow N = P \cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{Với } f_{\text{ms nghi}} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{f_{\text{ms nghi}}}{N} = \tan \alpha$$

$$\text{Vật bắt đầu trượt khi : } \tan \alpha_1 = \mu = 0,7 \quad (1)$$

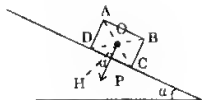


a) Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng :

Vật không đổ khi giá của trọng lực  $\vec{P}$  qua mặt chân đế.

H vẽ  $\Rightarrow \alpha \leq \widehat{HOC}$

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \widehat{HOC} = \frac{HC}{OH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{a}{c}$$



Vật bắt đầu đổ khi :  $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2}{3} \approx 0,67$  (2)

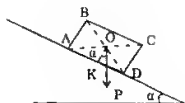
(1) và (2) cho :  $\alpha_2 < \alpha_1$

Vậy : Vật sẽ đổ trước khi trượt.

b) Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng :

Vật không đổ khi :  $\alpha \leq \widehat{KOD}$

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \widehat{KOD} = \frac{\frac{b}{2}}{\frac{c}{2}} = 1,5$$



Vật bắt đầu đổ khi :  $\operatorname{tg} \alpha_3 = 1,5$  (3)

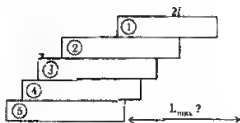
(1) và (3) cho :  $\alpha_3 > \alpha_1$

Vậy : vật sẽ trượt trước khi đổ.

## XẾP CÁC THANH GIỐNG NHAU CHỒNG LÊN NHAU

**232** Có 5 thanh giống hệt, mỗi thanh có chiều dài  $2l$  và chồng lên nhau (H vẽ), Mép bên phải của thanh thứ (1) và thứ (5) cách nhau xa nhất bao nhiêu ( $L_{\max}$ ) để thanh không đổ ?

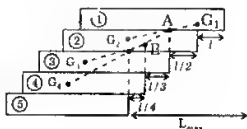
Biết trọng tâm mỗi thanh đặt tại tâm đối xứng hình học của mỗi thanh



**Giải**

Ta xét các thanh đang có đầu bên phải nhô ra xa nhất.

- Thanh (1) không đổ khi trọng tâm  $G_1$  nằm trên đường thẳng qua mép phải của thanh (2), lúc đó 2 mép (1) và (2) cách nhau  $l$ .



- Thanh (1) và (2) có trọng tâm chung là A. Để 2 thanh này không đổ khỏi thanh (3) thì A nằm trên đường thẳng đứng qua mép 3 tức mép thanh (2) nhô ra  $l/2$ .
- Thanh (1), (2), (3) có trọng tâm là B được xác định bởi quy tắc hợp lực song song.

$$\frac{BA}{BG_3} = \frac{P}{2P} = \frac{1}{2} \Rightarrow BA = \frac{1}{3} AG_3$$

Vậy mép thanh (3) nhô ra  $l/3$ .

- Tương tự mép thanh (4) nhô ra  $l/4$

Vậy :  $L_{\max} = l + \frac{l}{2} + \frac{l}{3} + \frac{l}{4} = \frac{25}{12} l$ .

### MỨC VỮNG VÀNG CỦA CÂN BẰNG

**233** Một li không, thành li thẳng đứng chia độ có khối lượng 180g và trọng tâm ở vạch số 8 (kể từ dưới đáy). Đổ vào li 120g nước thì mực nước tới vạch số 6. Hỏi trọng tâm của li chứa nước ở vạch số mấy và so sánh sự bền vững của li khi có và không có nước.

*Giải*

- Trọng tâm G của li khi chứa nước được xác định :

$$\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{GG_1}{GG_1 + GG_2} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} \quad \text{hay} \quad \frac{GG_1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow GG_1 = 2 \text{ (độ chia)}$$

Vậy trọng tâm G nằm tại mặt nước (tức vạch số 6).

- Khi chứa 120g nước, trọng tâm của li thấp hơn nên li bền vững hơn khi không chứa nước.

## PHẦN IV

# CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN TRONG CƠ HỌC

## Chú đề VIII

### ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

Tóm tắt giáo khon

#### I. Hệ kín (hay hệ cô lập)

Hệ kín là hệ :

- Không có các ngoại lực tác dụng lên hệ.
- Hoặc các ngoại lực khử lẫn nhau.
- Va chạm và nổ có nội lực rất lớn so với ngoại lực nên có thể coi gần đúng là hệ kín trong thời gian xảy ra hiện tượng.

#### II. Động lượng của hệ kín

- Động lượng của một vật :  $\vec{P} = m \cdot \vec{V}$
- Động lượng của một hệ :  $\Sigma \vec{P} = \Sigma m_i \cdot \vec{V}_i$

#### III. Định luật bảo toàn động lượng

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$$

\* Chú ý : Nếu ngoại lực khác không nhưng hình chiếu của chúng trên phương x triệt tiêu thì động lượng bảo toàn trên phương x.

#### IV. Dạng khác của định luật II Newton

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P}$$

#### V. Ứng dụng của định luật bảo toàn động năng

- Súng giật khi bắn.
- Chuyển động bằng phản lực.

### VA CHẠM CỦA 2 VIÊN BÍ

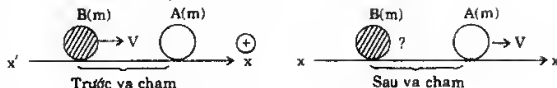
**234** Trên một mặt bàn nằm ngang rất nhẵn có viên bí A khối lượng m đang đứng yên :

a) Ta dùng viên bí B cũng có khối lượng m bắn vào bí A với vận tốc V, sau va chạm bí A chuyển động cùng hướng với bí B trước va chạm và cùng có độ lớn vận tốc là V. Tìm vận tốc bí B sau va chạm.

b) Lấy bí C có khối lượng m' bắn vào bí A (đứng yên) với vận tốc V, sau va chạm cả hai viên bí chuyển động ngược hướng và cùng độ lớn vận tốc là V. So sánh m và m'.

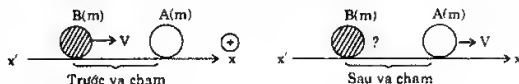
### Giải

a) Vận tốc bi B sau va chạm :



- 2 viên bi là hệ kín.
- Định luật bảo toàn động lượng :  $m_B \cdot \vec{V}_B = m_A \cdot \vec{V}'_A + m_B \cdot \vec{V}'_B$
- Chiều xuống trục  $x'x$  :  $m \cdot V = mV + m V'_{Bx}$   
 $\Rightarrow V'_{Bx} = 0$  : bi B đứng yên sau va chạm.

b) So sánh  $m$  và  $m'$  :

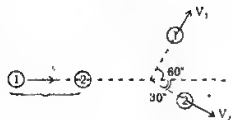


- 2 bi là hệ kín.
- $m' \vec{V}_C = m' \vec{V}'_C + m \vec{V}_A$
- Chiều xuống trục  $x'x$  :  $m'V = -m'V + mV$

$$2m'V = mV \Rightarrow m' = \frac{m}{2}$$

### HAI VIÊN BI CHUYỂN ĐỘNG KHÁC HƯỚNG

**235** Trên mặt bàn nhẵn và nằm ngang ta bắn viên bi (1) với vận tốc  $V = 20\text{ m/s}$  đến va chạm không xuyên tâm vào bi (2) đang đứng yên. Sau va chạm bi (1) và (2) lần lượt có phương chuyển động hợp với phương chuyển động trước của bi (1) góc  $\alpha_1 = 60^\circ$  và  $\alpha_2 = 30^\circ$  (Hình vẽ). Tính vận tốc  $V_1$  và  $V_2$  của 2 bi sau va chạm, biết 2 bi cùng khối lượng.



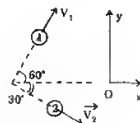
### Giải

- 2 bi là hệ kín.
- Định luật bảo toàn động lượng :

$$m \vec{V} = m \vec{V}_1 + m \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

- Chiều xuống 2 trục :

$$\begin{cases} V_x = V_{1x} + V_{2x} \\ V_y = V_{1y} - V_{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20 = V_1 \cos 60^\circ + V_2 \cos 30^\circ \\ 0 = V_1 \sin 60^\circ - V_2 \sin 30^\circ \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20 = \frac{V_1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} V_2 \\ 0 = \frac{\sqrt{3}}{2} V_1 - \frac{V_2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_1 = 10 \text{ m/s} \\ V_2 = 17,32 \text{ m/s} \end{cases}$$

### ĐẠN NỔ

**236** Một viên đạn khối lượng  $m = 2\text{kg}$  đang bay thẳng đứng lên cao thì nổ thành hai mảnh: mảnh nhỏ có khối lượng  $m_1 = 0,5\text{kg}$  bay ngang với vận tốc  $V_1 = 400\text{m/s}$ , còn mảnh lớn bay lên cao và hợp với đường thẳng đứng góc  $\alpha = 45^\circ$ .

a) Tính vận tốc viên đạn trước khi nổ và vận tốc mảnh lớn.

b) Nếu giả sử viên đạn không nổ thì nó sẽ lên cao thêm bao nhiêu mét nữa mới dừng lại (và rơi xuống). Bỏ qua sức cản không khí.

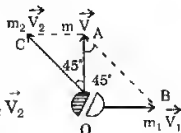
**Giải**

a) Tính  $V$  và  $V_2$ :

• Lúc nổ, đạn coi gần đúng là hệ kín.

• Định luật bảo toàn động lượng:  $m\vec{V} = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2$

• Hình vẽ cho:



$\Delta OAB$  vuông cân nên:  $OA = OB$

$$mV = m_1 V_1 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m_1}{m} V_1 = \frac{0,5}{2} \cdot 400 = 100 \text{ m/s}$$

và  $\Delta OAC$  vuông cân nên:  $OC = OA\sqrt{2}$

$$m_2 V_2 = mV\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{m}{m_2} V\sqrt{2} = \frac{2}{1,5} \cdot 100\sqrt{2} \approx 188,5 \text{ m/s}$$

b) Độ cao viên đạn lên cao thêm nếu không nổ:

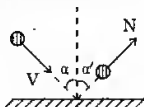
Chuyển động ném đứng:  $0 - V^2 = -2gh_{\text{max}}$

$$\Rightarrow h_{\text{max}} = \frac{V^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \times 10} = 500 \text{ m.}$$

### DẠNG KHÁC CỦA ĐỊNH LUẬT II NEWTON

**237** Một quả bóng có khối lượng  $m = 200\text{g}$  bay từ trên cao xuống với vận tốc  $V = 10\text{m/s}$  chạm vào sàn nằm ngang. Biết góc tới (là góc hợp bởi phương của vận tốc và đường thẳng đứng) vuông góc với sàn)  $\alpha = 60^\circ$ , sau đó quả bóng chuyển động ngược trở lại dưới góc phản xạ  $\alpha' = 60^\circ$  cùng vận tốc  $V$  (Hình vẽ).

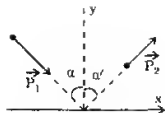
Tính lực trung bình do sàn tác dụng lên bóng, biết thời gian va chạm là  $\Delta t = 0,1\text{s}$ .



### Giải

- Độ biến thiên động lượng của bóng :

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 \quad \text{với } P_2 = P_1 = mV$$



- Chiều xuống Ox và Oy ta được :

$$\begin{cases} \Delta P_x = P_{2x} - P_{1x} = P_2 \sin 60^\circ - P_1 \sin 60^\circ = 0 \\ \Delta P_y = P_{2y} - P_{1y} = P_2 \cos 60^\circ - (-P_1 \cos 60^\circ) = 2mV \cos 60^\circ = mV \end{cases}$$

- $\Delta P = \sqrt{(\Delta P_x)^2 + (\Delta P_y)^2} = mV = 2 \text{ (kg.m.s}^{-1}\text{)}$

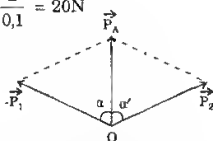
- Đạng khác của định luật II Newton :

$$\vec{\Delta P} = \vec{F}_{tb} \cdot \Delta t \text{ hay } \Delta P = F_{tb} \cdot \Delta t \Rightarrow F_{tb} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ N}$$

- \* Chú ý : Cũng có thể tính  $\Delta t$  bằng cách

$$\text{dùng phép cộng vectơ : } \vec{\Delta P} = \vec{P}_2 + (-\vec{P}_1)$$

$$\text{Do } \Delta OAB \text{ đều nên } \Delta P = P_2 = mV.$$



### ĐỘNG LƯỢNG CỦA HỆ BẢO TOÀN TRÊN PHƯƠNG NGANG

**283.** Một vật nặng khối lượng  $m$  trượt từ đỉnh mặt phẳng nghiêng chiều dài  $l = 6\text{ m}$ , hợp với phương nằm ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ . Sau khi rời khỏi mặt phẳng nghiêng thì vật rơi vào một xe goòng nằm yên trên đường ray. Khối lượng xe goòng là  $M = 5\text{ m}$  (Hình vẽ).

Hỏi vận tốc xe sau khi vật rơi vào xe. Bỏ qua ma sát nếu có và lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

### Giải

- Chọn hệ kín : Xe goòng + vật.
- Ngoại lực tác dụng :  $\vec{P}$  và  $\vec{N}$
- Hình chiếu của chúng trên phương ngang bằng 0 nên động lượng của hệ được bảo toàn theo phương này.

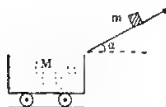
$$mV_{xm} = (m + M)V_x \Rightarrow mV \cos \alpha = (m + 5m)V_x$$

$$\Rightarrow V_x = \frac{1}{6} V \cos \alpha$$

- Tính  $V$  :  $V$  là vận tốc vật cuối dốc nên :

$$V = \sqrt{2al} = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

$$\text{Vậy : } V_x = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{2gl \sin \alpha} \cdot \cos \alpha = \frac{1}{6} \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,12 \text{ (m/s)}.$$





## THUYỀN CHUYỂN ĐỘNG NGƯỢC CHIỀU VỚI NGƯỜI ĐI

**239** Một chiếc thuyền dài  $l = 4\text{m}$  có khối lượng  $M = 180\text{kg}$  và một người khối lượng  $m = 60\text{kg}$  trên thuyền. Ban đầu thuyền và người đều đứng yên trên nước yên lặng. Người đi với vận tốc đều từ đầu này đến đầu kia của thuyền. Bỏ qua sức cản của không khí. Hỏi :

- Chiều dịch chuyển của thuyền.
- Độ dịch chuyển của thuyền.

**Giải**

a) *Chiều dịch chuyển của thuyền :*

- Xét hệ : Thuyền + Người

- $\vec{V}_1$  là vận tốc của người,  $\vec{V}$  là vận tốc của thuyền thì :

$$m\vec{V}_1 + M\vec{V} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V} = -\frac{m}{M} \vec{V}_1$$

- Với :  $\vec{v}$  là vận tốc của người đối với thuyền

$\vec{V}$  là vận tốc của thuyền đối với bờ sông.

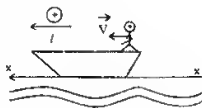
thì :  $\vec{V}_1 = \vec{v} + \vec{V}$  nên  $\vec{V} = -\frac{m}{M} (\vec{v} + \vec{V})$

hay  $V_x = -\frac{m}{M} (v + V_x) \Rightarrow V_x = -\frac{m}{m+M} v < 0$  : thuyền dịch chuyển theo chiều ngược với chiều đi của người.

b) *Độ dịch chuyển của thuyền :*

Có  $V = \frac{m}{m+M} v$  với  $V = \frac{L}{t}$  ;  $v = \frac{l}{t}$

nên  $\frac{L}{t} = \frac{m}{m+M} \cdot \frac{l}{t} \Rightarrow L = \frac{m}{m+M} \cdot l = 1\text{m}.$

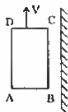


## NGƯỜI NHẢY LÊN BÈ ĐANG TRÔI

**240** Một cái bè ABCD có khối lượng  $m_1$  đang trôi đều với vận tốc  $V_1$  dọc, theo bờ sông. Một người có khối lượng  $m_2$  nhảy lên bè với vận tốc  $V_2$ . Xác định vận tốc của bè sau khi người nhảy vào trong các trường hợp :

- Nhảy cùng hướng với chuyển động của bè.
- Nhảy ngược hướng với chuyển động của bè.
- Nhảy vuông góc với bờ sông.
- Nhảy song song với mép AB của bè đang trôi.

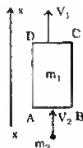
Bỏ qua sức cản của nước.



### Giải

a) Nhảy cùng hướng với chuyển động của bè :

- Xét hệ : bè + người
- Vì ngoại lực theo phương ngang triệt tiêu nên ta áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang :



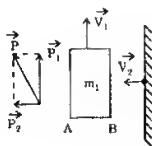
$$\begin{aligned} \vec{P}_1 + \vec{P}_2 &= \vec{P} \Rightarrow m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V} \\ \Rightarrow m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} &= (m_1 + m_2) V_x \Rightarrow m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V_x \\ \Rightarrow V_x &= \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} > 0 \quad \text{nên} \quad V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

b) Nhảy ngược hướng với chuyển động của bè :

$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow m_1 V_1 - m_2 V_2 &= (m_1 + m_2) V_x \\ V_x &= \frac{m_1 V_1 - m_2 V_2}{m_1 + m_2} \quad \text{hay} \quad V = \frac{|m_1 V_1 - m_2 V_2|}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

c) Nhảy vuông góc với bờ sông :

- $V_1 \perp V_2 \Rightarrow \vec{P}_1 \perp \vec{P}_2$
- Hình vẽ cho :  $P_1^2 + P_2^2 = P^2$



$$\begin{aligned} \Rightarrow (m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2 &= [(m_1 + m_2) V]^2 \\ \Rightarrow V &= \frac{\sqrt{(m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2}}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

d) Nhảy song song với mép AB của bè đang trôi :

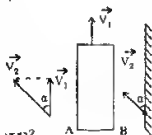
- Giả thiết này có nghĩa  $\vec{V}_2$  hợp với  $\vec{V}_1$  góc  $\alpha$  sao cho

$$\text{hình chiếu của } \vec{V}_2 \text{ trên bờ sông là } \vec{V}_1 : \cos \alpha = \frac{V_1}{V_2}$$

- Có  $(\vec{P}_1 + \vec{P}_2)^2 = P^2 \Rightarrow P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2 \cos \alpha = P^2$

$$\Rightarrow (m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2 + 2(m_1 V_1)(m_2 V_2) \cdot \frac{V_1}{V_2} = [(m_1 + m_2) V]^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{(m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2 + 2m_1 m_2 V_1^2}}{m_1 + m_2}$$



### TÍNH VẬN TỐC CỦA TÊN LỬA

**241** Một tên lửa khối lượng tổng hợp  $M = 10$  tấn (kể cả khí) xuất phát theo phương thẳng đứng. Vận tốc của khí phụt ra là  $V_1 = 1000 \text{ m/s}$ .

a) Biết khối lượng khí của tên lửa là  $m = 2$  tấn được phụt ra tức thời.

Tính vận tốc xuất phát của tên lửa.

b) Biết khí được phụt ra trong một thời gian tương đối dài, một giây phụt ra được  $m_1 = 100\text{kg}$ . Tính vận tốc tên lửa đạt được sau 1 giây đầu. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

**Giải**

a) Khi phụt ra tức thời :

• Xét hệ : tên lửa :

• Vì thời gian khí phụt ra rất ngắn nên có thể coi gần đúng tên lửa là hệ kín, vì vậy áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

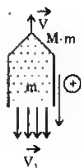
$$(M - m)\vec{V} + m\vec{V}_1 = \vec{0}$$

$$(M - m)V_x + mV_{1x} = 0$$

Lấy chiều dương là chiều của khí phụt ra thì  $V_{1x} = V_1$  nên :

$$V_x = -\frac{m}{M - m} V_1 = -\frac{2}{8} \cdot 1000 = -250\text{m/s}$$

hay  $V = 250\text{m/s}$ .



b) Khí phụt ra trong thời gian tương đối dài :

• Xét hệ : tên lửa.

• Vì thời gian khí phụt ra tương đối dài nên không thể bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực, do đó tên lửa không thể coi là một hệ kín nên không áp dụng được định luật bảo toàn động lượng mà phải dùng dạng khác của định luật II Newton.

Áp dụng cho  $m_1\text{kg}$  khí phụt ra trong thời gian  $\Delta t = 1\text{s}$  :

$$F \cdot \Delta t = \Delta P = m_1 V_1 \Rightarrow F = \frac{m_1 V_1}{\Delta t} = \frac{100 \cdot 1000}{1} = 10^5 \text{N}$$

• Theo định luật III Newton, đó cũng là lực do khí tác dụng lên tên lửa mà gia tốc tên lửa là  $a$  và vì khối lượng khí phụt ra khá nhỏ so với khối lượng tên lửa nên vẫn coi khối lượng tên lửa trong 1s đầu là  $M$ .

$$\text{Vì vậy } F - Mg = Ma \Rightarrow a = \frac{F - Mg}{M} = \frac{10^5 - 10^4 \cdot 9,8}{10^4} = 0,2\text{m/s}^2$$

• Vận tốc tên lửa sau 1s :  $V = a \cdot t = 0,2\text{m/s}$ .

### TÌM VẬN TỐC TÊN LỬA VỚI NHIỀU TRƯỜNG HỢP VẬN TỐC KHÍ

**242** Một tên lửa gồm vỏ có khối lượng  $m_0 = 5$  tấn và khí có khối lượng  $m = 3$  tấn. Tên lửa đang bay với vận tốc  $V_0 = 200\text{m/s}$  thì phụt ra phía sau tức thời lượng khí nói trên. Tính vận tốc của tên lửa sau khi khí phụt ra với giả thiết vận tốc khí là :

a)  $V_1 = 500\text{m/s}$ .

b)  $V_1 = 500\text{m/s}$  đối với tên lửa trước khi phụt khí.

c)  $V_1 = 500\text{m/s}$  đối với tên lửa sau khi phụt khí

**Giải**

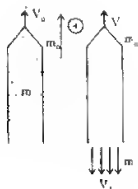
• Xét hệ :  $V_0$  + khí

• Gọi  $\vec{V}_K$  là vận tốc của khí (đối với đất) thì :

$$(m + m_0) \vec{V}_0 = m_0 \vec{V} + m \vec{V}_K$$

$$(m + m_0) V_0 = m_0 V + m V_{Kx}$$

$$V_x = \frac{(m + m_0) V_0 - m_0 V}{m} \quad (*)$$



a)  $V_1 = 500\text{m/s}$  (đối với đất) :

$$V_{Kx} = -V_1 = -500\text{m/s}$$

$$(*) \Rightarrow V_x = \frac{(m + m_0) V_0 + m V_1}{m_0} = \frac{8.200 + 3.500}{5} = 620\text{m/s}$$

$$V = 620\text{m/s}.$$

b)  $V_1 = 500\text{m/s}$  đối với tên lửa trước khi phụt khí :

$$\text{Phép cộng vận tốc : } \vec{V}_K = \vec{V}_1 + \vec{V}_0$$

$$V_{Kx} = V_{1x} + V_{0x} = -V_1 + V_0 = -300\text{m/s}$$

$$(*) \Rightarrow V_x = \frac{8.200 - 3(-300)}{5} = 500\text{m/s} > 0$$

$$V = 500\text{m/s}.$$

c)  $V_1 = 500\text{m/s}$  đối với tên lửa sau khi phụt khí :

$$\text{Phép cộng vận tốc : } \vec{V}_K = \vec{V}_1 + \vec{V}$$

$$V_{Kx} = -V_1 + V_x = -500 + V_x$$

$$V_x = \frac{8.200 - 3(500 + V_x)}{5}$$

$$8V_x = 3100 \Rightarrow V_x = 387,5\text{m/s} > 0$$

$$V = 387,5\text{m/s}.$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**243** Một vật  $m = 2\text{kg}$  được ném thẳng đứng lên cao với vận tốc  $V_0 = 10\text{m/s}$ .  
 Tìm độ biến thiên động lượng của vật sau khi ném một thời gian :

a)  $t_1 = 0,5\text{s}$ .

b)  $t_2 = 2\text{s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$\Delta P_x = P_x - P_{ox} = m(V_x - V_{ox}) = m(-gt + V_{ox} - V_{ox}) = -mgt$$

$$|\Delta P_x| = mgt$$

a)  $t = 0,5s$  :  $\Delta P = 10kg \cdot m \cdot s^{-1}$

b)  $t = 2s$  :  $\Delta P = 40kg \cdot m \cdot s^{-1}$ .

**244** Một viên đạn có khối lượng  $m = 10g$  đang bay với vận tốc  $V_1 = 1000m/s$  thì gặp bức tường. Sau khi xuyên qua bức tường thì vận tốc viên đạn còn là  $V_2 = 400m/s$ . Tính độ biến thiên động lượng và lực cản trung bình của bức tường lên viên đạn, biết thời gian xuyên thủng tường là  $\Delta t = 0,01s$ .

### Hướng dẫn

- $\Delta p = m(V_2 - V_1) = -6kgms^{-1}$

- $F_c = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -600N$ .

**245** Một quả bóng có khối lượng  $m = 5g$  rơi xuống mặt sàn từ độ cao  $h = 0,8m$ , sau đó nảy lên. Thời gian va chạm là  $\Delta t = 0,01s$ .

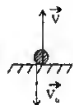
Tính lực tác dụng của sàn lên quả bóng, biết va chạm nói trên là va chạm đàn hồi. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

### Hướng dẫn

- $V = V_0 = \sqrt{2gh} = 4m/s$

- $\Delta P = m(V - V_0) = -2mV_0$

- $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -4N$ .



**246** Một người có khối lượng  $m_1 = 50kg$  nhảy ngang với vận tốc  $V_1 = 2m/s$  lên một chiếc thuyền đang trôi dọc theo bờ sông với vận tốc  $V_2 = 1m/s$ . Biết khối lượng thuyền là  $m_2 = 173,2kg$  và  $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$ .

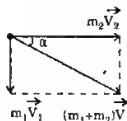
Tìm vận tốc (cả hướng và độ lớn) của thuyền khi người đã vào thuyền.

### Hướng dẫn

- $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{(m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2}}{m_1 + m_2} \approx 0,896m/s$$

- $\tan \alpha = \frac{m_1 V_1}{m_2 V_2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ .



**247** Một người có khối lượng  $m_1 = 60kg$  đứng trên một chiếc thuyền có khối lượng  $m_2 = 360kg$  đang trôi theo dòng nước với vận tốc  $V_2 = 2m/s$ . Người ấy

rời thuyền theo các cách sau đây :

a) Nhảy cùng hướng chuyển động của thuyền với vận tốc  $V_1 = 3\text{m/s}$  đối với thuyền (có vận tốc cũ  $V_2$ ).

b) Nhảy ngược hướng chuyển động của thuyền với vận tốc  $V_1 = 3\text{m/s}$  đối với thuyền (có vận tốc cũ  $V_2$ ).

c) Đu lên cùng cành cây khi người ấy vừa qua dưới cành cây. Hãy tính vận tốc của thuyền sau khi người rời thuyền.

### Hướng dẫn

Gọi  $\vec{V}'_1, \vec{V}'_2$  là vận tốc của người và thuyền (đối với đất)

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \vec{V}_2 = m_1 \cdot \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2 & (*) \\ \vec{V}'_1 = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (m_1 + m_2) \vec{V}_2 = m_1 (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) + m_2 \vec{V}'_2 \Leftrightarrow \vec{V}'_2 = \vec{V}_2 - \frac{m_1}{m_2} \vec{V}_1$$

a)  $\vec{V}_1$  và  $\vec{V}_2$  cùng hướng :

Chọn chiều + là chiều chuyển động của thuyền thì :

$$V'_2 = V_2 - \frac{m_1}{m_2} V_1 = 1,5\text{m/s}.$$

b)  $\vec{V}_1$  và  $\vec{V}_2$  ngược hướng :  $V'_2 = V_2 + \frac{m_1}{m_2} V_1 = 2,5\text{m/s}.$

c) Đu lên cành cây :

Người ấy đứng yên đối với mặt đất theo phương ngang nên :  $V'_1 = 0$

$$(*) \Rightarrow (m_1 + m_2)V_2 = m_2 V'_2$$

$$\Rightarrow V'_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} V_2 \approx 2,33\text{m/s}.$$

**246** Một quả đạn bay lên điểm cao nhất, nổ thành 3 mảnh. Chứng tỏ rằng vận tốc ban đầu của 3 mảnh trên đồng phẳng.

### Hướng dẫn

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = \vec{0} ; \vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3 : \text{đồng phẳng} \Rightarrow \vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3 : \text{đồng phẳng}.$$

**249** Một quả đạn khối lượng  $m$  khi bay lên đến điểm cao nhất thì nổ thành 2 mảnh, trong đó 1 mảnh có khối lượng  $m_1 = \frac{2n}{3}$  bay thẳng đứng xuống

dưới với vận tốc  $V_1 = 20\text{m/s}$ . Hồi độ cao cực đại mà mảnh còn lại lên tới được (so với vị trí nổ). Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

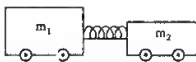
$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \vec{V}_1$$

- Mảnh thứ 2 bay thẳng đứng lên cao.

- $V_2 = \frac{m_1}{m_2} V_1 = 40\text{m/s}$

- $h_{\max} = \frac{V_2^2}{2g} = 80\text{m}$ .

**250** Hai xe có khối lượng lần lượt  $m_1$  và  $m_2$  mà  $\frac{m_1}{m_2} = 2$ , lúc đầu được giữ đứng yên trên mặt phẳng



nằm ngang nhờ một lò xo bị co (khối lượng không đáng kể) và dây nối 2 xe (hình vẽ). Đốt dây nối thì lò xo giãn và đẩy 2 xe chạy ngược chiều (đồng thời lò xo rời khỏi 2 xe). Xe  $m_1$  chạy được  $l_1 = 0,5\text{m}$  thì dừng. Hỏi xe  $m_2$  chạy được bao xa, biết hệ số ma sát giữa 2 xe với mặt phẳng ngang là giống nhau và tác dụng của lò xo vào 2 xe là tức thời.

### Hướng dẫn

- 2 xe chuyển động chậm dần với gia tốc :

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{f_{1ms}}{m_1} = \mu g \\ a_2 &= \frac{f_{2ms}}{m_2} = \mu g \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 = a_2$$

- Định luật bảo toàn động lượng cho hệ 2 xe :

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = \vec{0} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{m_1}{m_2} = 2 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_2^2 &= 2a_2 l_2 \\ V_1^2 &= 2a_1 l_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 = \frac{l_2}{l_1} \quad (2)$$

(1) và (2) cho :  $l_2 = 4l_1 = 2\text{m}$ .

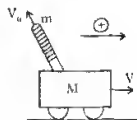
**251** Một súng đại bác đặt trên toa tàu có khối lượng tổng cộng là  $M = 1$  tấn (kể cả đạn). Tàu đang chạy với vận tốc  $V = 2\text{m/s}$  thì súng bắn ra một viên đạn ngược với hướng chuyển động của tàu và nghiêng với đường ray nằm ngang góc  $\alpha = 45^\circ$ . Tính vận tốc của toa tàu sau khi bắn, biết khối lượng đạn là  $m = 10\text{kg}$  và vận tốc đạn khi bắn ra là  $V_0 = 500\text{m/s}$ . Bỏ qua ma sát.

### Hướng dẫn

Theo phương ngang thì ngoại lực bằng không nên áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương này :

$$MV = (M - m) V'_x - mV_0 \cos \alpha.$$

$$V'_x = \frac{MV + mV_0 \cos \alpha}{M - m} \approx \frac{MV + mV_0 \cos \alpha}{M} = 5,52 \text{ m/s}.$$



**252** Một tên lửa có khối lượng  $m_1 = 1$  tấn mang một đầu tên lửa khối lượng  $m_2 = 100\text{kg}$  đang bay với vận tốc  $V = 500\text{m/s}$  thì đầu tên lửa tách ra. Lúc đó đầu tên lửa, được đẩy tới trước với vận tốc  $V_0 = 11\text{m/s}$  so với tên lửa. Tìm vận tốc của đầu tên lửa và tên lửa.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \vec{V} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 \\ \vec{V}_2 = \vec{V}_0 + \vec{V}_1 \end{cases} \Leftrightarrow (m_1 + m_2) \vec{V} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 (\vec{V}_0 + \vec{V}_1)$$

Lấy chiều dương là chiều chuyển động ban đầu thì :

$$(m_1 + m_2)V = m_1 V_{1x} + m_2 (V_0 + V_{1x})$$

$$\Rightarrow V_{1x} = \frac{(m_1 + m_2)V - m_2 V_0}{m_1 + m_2} = 499 \text{ m/s}$$

$$\text{Và } V_{2x} = 510 \text{ m/s}.$$

## Chữ đề IX

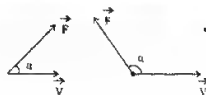
### CÔNG - CÔNG SUẤT - ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CÔNG

#### Tóm tắt lí thuyết

##### I. Công của lực

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$(J) (N)(m)$$

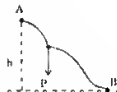
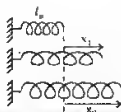


##### II. Công của trọng lực

$$A = P \cdot h$$

##### III. Công của lực đàn hồi

$$A = \frac{1}{2} K (x_1^2 - x_2^2)$$



##### IV. Công của lực ma sát

$$A = -F_{ms} \cdot S$$



### V. Định luật bảo toàn công

Không có máy nào làm cho ta lợi về công : Nếu máy làm tăng lực bao nhiêu lần thì giảm đường đi bấy nhiêu lần và ngược lại

### VI. Hiệu suất

- Công chỉ được bảo toàn khi không có ma sát.
- Nếu có ma sát thì  $A_{ra} < A_{vào}$  và hiệu suất của máy.

$$H = \frac{A_{ra}}{A_{vào}} < 1$$

VII. Công suất :  $(w)N = \frac{A (J)}{t (s)}$

## BÀI GIẢI MẪU

### CÔNG CỦA MỘT LỰC CÓ PHƯƠNG TẠO THÀNH MỘT GÓC VỚI PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG ĐI

**253** Một con ngựa kéo một chiếc xe đi với vận tốc  $V = 14,4 \text{ km/h}$  trên đường nằm ngang. Biết lực kéo  $F = 500 \text{ N}$  và hợp với phương nằm ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ . Tính công của con ngựa trong 30 phút.

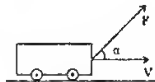
*Giải*

Công suất của lực kéo  $F$  (cũng là công của ngựa).

Với :  $A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$

$$S = V \cdot t \text{ nên } A = F \cdot V \cdot t \cdot \cos \alpha.$$

Trong đó  $\begin{cases} V = 14,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 30 \text{ phút} = 1800 \text{ s} \end{cases}$



$$A = 500 \times 4 \times 1800 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 31,176 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

### CÔNG ĐỂ KÉO THANG MÁY ĐI LÊN

**254** Một thang máy khối lượng  $M = 600 \text{ kg}$  chuyển động thẳng đứng lên cao  $h = 10 \text{ m}$ . Tính công của động cơ để kéo thang máy lên trong hai trường hợp:

- Thang máy đi lên thẳng đều.
- Thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $a = 1 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Giải*

Thang máy chịu tác dụng 2 lực : • Trọng lực  $\vec{P}$

- Lực kéo  $\vec{F}$  của động cơ.

Công của động cơ để đưa thang máy lên cao độ cao  $h$ :

$$A = F \cdot h \quad (*)$$

a) Thang máy chuyển động thẳng đều :

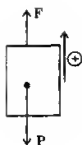
$$F = P = Mg \quad \text{nên} \quad (*) \Rightarrow A = Mg \cdot h = 6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) Thang máy chuyển động nhanh dần đều :

$$\vec{F} + \vec{P} = M\vec{a}$$

$$F - P = Ma$$

$$F = M(g + a) \quad \text{nên} \quad (*) \Rightarrow A = M(g + a) \cdot h = 6,6 \cdot 10^4 \text{ J.}$$



### CÔNG CỦA LỰC KÉO KHI VẬT CÓ MA SÁT

**255** Một vật khối lượng  $m = 10\text{kg}$  được kéo bởi lực  $F$  nghiêng với mặt sàn nằm ngang góc  $\alpha = 45^\circ$ . Hệ số ma sát giữa vật và mặt sàn là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Tính công tối thiểu của lực kéo để vật chuyển động  $10\text{m}$ .

**Giải**

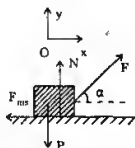
• Có  $\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} - \vec{f}_{ms} = m \cdot \vec{a}$

Chiếu xuống hệ trục  $xOy$  :

$$\begin{cases} F \cos \alpha - f_{ms} = ma \\ F \sin \alpha - P + N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F \cos \alpha - \mu N = ma \\ N = P - F \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow F \cos \alpha - \mu (P - F \sin \alpha) = ma$$

$$\Rightarrow F = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$



• Công của lực kéo  $F$  :

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \cdot S \cdot \cos \alpha = \frac{m(a + \mu g) \cdot S}{1 + \mu \tan \alpha} \geq \frac{\mu mg S}{1 + \mu \tan \alpha}$$

(dấu "=" khi  $a = 0$ )

$$\Rightarrow A_{\min} = \frac{\mu mg S}{1 + \mu \tan \alpha} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{1 + 0,1 \times 1} \approx 90,9 \text{ (J)}.$$

### CÔNG CỦA LỰC ĐÀN HỒI

**256** Một lò xo có chiều dài  $l_1 = 31\text{cm}$  khi treo vật có khối lượng  $m_1 = 100\text{g}$  và chiều dài  $l_2 = 32\text{cm}$  khi treo vật có khối lượng  $m_2 = 200\text{g}$ . Tính công cần thiết để kéo lò xo đàn ra từ  $l_3 = 35\text{cm}$  đến  $l_4 = 40\text{cm}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải**

Gọi  $l_0$  và  $K$  là chiều dài tự nhiên và độ cứng của lò xo.

Độ dãn của lò xo :  $\Delta l = \frac{F}{K}$  (\*)

- Khi treo vật  $m_1$  thì :  $F = m_1 g$  và  $\Delta l = l_1 - l_0$  nên :

$$(*) \Rightarrow l_1 - l_0 = \frac{m_1 g}{K} \quad (1)$$

- Khi treo vật  $m_2$  thì :  $F = m_2 g$  và  $\Delta l = l_2 - l_0$  nên :

$$(*) \Rightarrow l_2 - l_0 = \frac{m_2 g}{K} \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow l_2 - l_1 = \frac{(m_2 - m_1)g}{K}$$

$$\Rightarrow K = \frac{(m_2 - m_1)g}{l_2 - l_1} = \frac{(0,2 - 0,1) \times 10}{0,32 - 0,31} = 100 \text{ N/m}$$

$$\text{Và (1)} \Rightarrow l_0 = l_1 - \frac{m_1 g}{K} = 0,31 - \frac{0,1 \times 10}{100} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

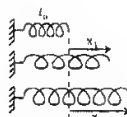
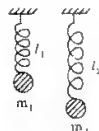
- Công của lực đàn hồi :  $A = \frac{1}{2} K (x_1^2 - x_2^2)$

$$\text{Với : } \begin{cases} x_1 = l_3 - l_0 = 0,05 \text{ m} \\ x_2 = l_4 - l_0 = 0,1 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{nên : } A = \frac{1}{2} \times 100 (0,05^2 - 0,1^2) = -0,375 \text{ J}$$

(Dấu - Vì công lực đàn hồi là công cản)

Công cần thiết :  $A' = -A = 0,375 \text{ J}$ .



## CÔNG CỦA LỰC MA SÁT

**257** 1. Một chiếc xe có khối lượng  $m$  đang chạy với vận tốc  $V_0$  trên đường nằm ngang thì hãm phanh. Tính công của lực ma sát kể từ hãm phanh cho đến khi xe dừng lại.

2. Cần thực hiện một công là bao nhiêu để hãm một toa tàu có khối lượng 1200 tấn đang chuyển động với vận tốc 72 km/h dừng lại.

*Giải*

1. Công của lực ma sát :

- Do lực ma sát ( $f_{ms}$ ) xe thu gia tốc :

$$a_x = -\frac{f_{ms}}{m} \Rightarrow f_{ms} = m a_x$$

- Và :  $0 - V_0^2 = 2 a_x \cdot S \Rightarrow S = -\frac{V_0^2}{2 a_x}$



- Công hàm (tức công của lực ma sát) :

$$A_{ms} = -f_{ms} \times S = -(m a_x) \left( -\frac{V_o^2}{2a_x} \right)$$

$$A_{ms} = -\frac{1}{2} m V_o^2 \quad (*)$$

2. Áp dụng số :

$$\text{Với } \begin{cases} V_o = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \text{ m/s} \\ m = 1200 \text{ tấn} = 12.10^5 \text{ kg} \end{cases} \quad (*) \Rightarrow \quad A = -24 \times 10^7 \text{ J.}$$

## CÔNG SUẤT VÀ CÔNG SUẤT TRUNG BÌNH

**258** Một ô tô có khối lượng  $m = 5000 \text{ kg}$  chuyển động trên đoạn đường thẳng nằm ngang ABC. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là  $\mu = 0,1$ . Chuyển động gồm 2 giai đoạn :

- Chuyển động thẳng đều trên đoạn AB với vận tốc  $V = 36 \text{ km/h}$ .
- Chuyển động nhanh dần đều đoạn đường BC với gia tốc  $a = 1 \text{ m/s}^2$  và vận tốc tăng từ  $36 \text{ km/h}$  đến  $54 \text{ km/h}$ .

Tính công suất của động cơ ô tô trên quãng đường AB và công suất trung bình trên quãng đường BC.

*Giải*

a) Công suất ô tô trên quãng đường AB :



- Vì xe chuyển động đều nên lực kéo của động cơ :

$$F_k = F_{ms} = \mu mg$$

- Công suất của ô tô :

$$N = F_k \cdot V = \mu mg \cdot V = 0,1 \cdot 5000 \cdot 10 \cdot 10 = 5 \cdot 10^4 \text{ W}$$

b) Công suất trung bình trên quãng đường BC :

- Vì xe chuyển động có gia tốc nên :  $\vec{f}_K + \vec{f}_{ms} = \vec{ma}$

$$F_K - \mu mg = ma$$

$$\Rightarrow F_K = m(a + \mu g)$$

- Vận tốc trung bình của xe chuyển động biến đổi đều :

$$V_{tb} = \frac{V + V_o}{2} \quad (\text{Xem bài 43})$$

- Công suất trung bình :

$$N_{tb} = F_K \cdot V_{tb} = m(a + \mu g) \cdot \frac{V + V_o}{2} = 125 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

**CÔNG SUẤT CỦA Ô TÔ KHI CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU LÊN DỐC**

**259** Một ô tô có khối lượng  $M = 2$  tấn khi tắt máy sẽ chuyển động đều từ đỉnh dốc xuống hết dốc trong thời gian  $t = 10$  s (không hãm phanh). Biết đỉnh dốc cao  $h = 10$  m. Tìm công suất của động cơ ô tô ấy để kéo ô tô lên dốc cũng trong thời gian nói trên với chuyển động thẳng đều. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Giải**

- Khi xe xuống dốc với chuyển động đều ( $H_1$ ) :

$$f_{\text{TEM}} = P \sin \alpha$$

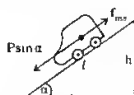
- Khi xe lên dốc với chuyển động đều ( $H_2$ ) :

$$F_K = f_{m_2} + P \sin \alpha = 2P \sin \alpha = 2Mg \frac{h}{r}$$

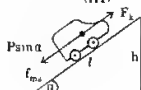
- Vận tốc ô tô khi lên cũng như xuống :  $V = \frac{l}{t}$

- Công suất của lực kéo (tức của ô tô) :

$$N = F_K \cdot V = 2Mg \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{l}{t} = 2Mg \frac{h}{t} = 40 \cdot 10^3 \text{ W}.$$



(111)



(112)

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**260** Một máy bay lên thẳng có khối lượng  $m = 5.10^3\text{kg}$ , sau thời gian  $t = 2$  phút máy bay đạt độ cao  $h = 1440\text{m}$ . Tính công của động cơ trong thời gian ấy trong 2 trường hợp :

- a) Chuyển động thẳng đều.                      b) Chuyển động nhanh dần đều.

## Hướng dẫn

Công :  $A = F_K \times h$  (\*)

$$a) F_K = mg : \quad (*) \Rightarrow \quad A = mgh = 7056.10^4 \text{ J}$$

$$b) F_K = m(g + a): \quad (*) \Rightarrow \quad A = m(g + a) h \quad \text{với} \quad a = \frac{2h}{t^2}$$

$$\Delta = m \left( g + \frac{2h}{t^2} \right) \cdot h = 7,2 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

**261** Một vật khối lượng  $M = 20\text{kg}$  được buộc vào đầu một sợi dây dài. Hãy tính công mà người đã thực hiện khi :

- a) Vật được kéo đều lên theo phương thẳng đứng với độ cao  $h = 10\text{m}$ .  
b) Vật được thả đều xuống theo phương thẳng đứng với độ cao  $h = 10\text{m}$ .

## Hướng dẫn

Vật chuyển động đều nên :  $F = P = Mg$

Công của người kéo .  $A = F.h.\cos\alpha$

a) Vật đi lên :  $\alpha = (\vec{F}, \vec{V}) = 0$  nên  $A = Mgh = 1960J$ .

b) Vật đi xuống :  $\alpha = (\vec{F}, \vec{V}) = 180^\circ$  nên  $A = -Mgh = -1960J$ .

**262** Một ô tô khối lượng  $m = 2$  tấn chuyển động đều trên đường nằm ngang. Hệ số ma sát giữa xe và mặt đường là  $\mu = 0,05$ . Tính công của ô tô và của lực ma sát khi ô tô chuyển động được quãng đường  $S = 1000m$ .

### Hướng dẫn

- Công của ô tô :

$$A_1 = F_k \cdot S \cdot \cos 0^\circ = \mu MgS = 9,8 \cdot 10^5 J.$$

- Công của lực ma sát :

$$A_2 = F_{ms} \cdot S \cdot \cos 180^\circ = -9,8 \cdot 10^5 J.$$



**263** Để lò xo dãn ra 10cm (kể từ khi lò xo chưa biến dạng) ta cần thực hiện một công là bao nhiêu ? Biết rằng với lực kéo 1N thì lò xo dãn ra 1cm.

### Hướng dẫn

- $K = \frac{F}{\Delta l} = 100N/m$ .

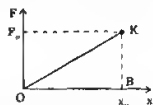
- Công của lực đàn hồi :  $A = \frac{1}{2} K(x_1^2 - x_2^2) = -0,5 J$

- Công thực hiện :  $A' = -A = 0,5 J$ .

**234** Đồ thị biểu diễn độ lớn của lực đàn hồi vào độ biến dạng của lò xo như hình vẽ. Chứng minh rằng công của lực đàn hồi để làm lò xo dãn ra khoảng  $x_0$  (kể từ khi lò xo  $x_0$  chưa biến dạng) có giá trị bằng diện tích hình tam giác OAB.

### Hướng dẫn

$$A = \frac{1}{2} Kx_0^2 = \frac{1}{2} (Kx_0) \cdot x_0 = \frac{1}{2} F_0 \cdot x_0 = S_{OAB}$$



**265** Một ô tô khối lượng  $m = 1$  tấn kể từ lúc khởi hành đến lúc đạt vận tốc  $V = 79,2$  km/h đã chạy được  $S = 242m$ . Trong quãng đường này ô tô đã chuyển động nhanh dần đều. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là  $\mu = 0,1$  Hãy tính công suất động cơ trung bình và công suất cuối quãng đường trên.

### Hướng dẫn

- Gia tốc  $g = \frac{V^2}{2S}$

- Lực kéo động cơ :  $F_k = F_{ms} + ma = m(\mu g + a)$

- Công suất trung bình :  $N_{tb} = F_k \cdot V_{tb} = m \left( \mu g + \frac{V^2}{2S} \right) \cdot \frac{V}{2} = 22 \cdot 10^3 W$

- Công suất cuối quãng đường (công suất tức thời) :

$$N = F_k \cdot V = m \left( \mu g + \frac{V^2}{2S} \right) \cdot V = 44,10^3 \text{ W.}$$

**266** Một ô tô khối lượng  $m = 2$  tấn lên dốc có độ nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang, vận tốc đều  $V = 10,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Công suất của động cơ lúc đó là  $N = 60 \text{ kW}$ . Tìm hệ số ma sát giữa ô tô và mặt đường.

#### Hướng dẫn

$$\bullet F_k = mgs \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$\bullet N = F_k \cdot V \Rightarrow F_k = \frac{N}{V} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \mu = \frac{N}{V \cdot mg \cdot \cos \alpha} - \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**267** Một động cơ cần trục có công suất  $N = 1,5 \text{ kW}$  có thể nâng lên đều một vật có khối lượng  $m = 1,2$  tấn với vận tốc  $V = 0,1 \text{ m/s}$ . Tính hiệu suất của cần trục. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$\text{Đáp số: } H = \frac{N'}{N} = \frac{mgV}{N} = 80\%.$$

**268** Một mặt phẳng nghiêng có hệ số ma sát là  $\mu$  và hợp với phương nằm ngang góc  $\alpha$ . Hãy tính hiệu suất của mặt phẳng nghiêng.

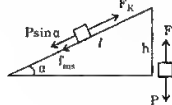
#### Hướng dẫn

$$\bullet \text{ Công có ích: } A_o = P \cdot h = P \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

$$\bullet \text{ Công kéo vật lên theo mặt phẳng nghiêng:}$$

$$A = F_k \cdot l = (P \sin \alpha + \mu P \cos \alpha) \cdot l$$

$$\bullet \text{ Hiệu suất: } H = \frac{A_o}{A} = \frac{1}{1 + \mu \cot \alpha}.$$



### Chủ đề X

## ĐỘNG NĂNG - THỂ NĂNG

### Tóm tắt lý thuyết

#### I. Động năng

$$W_d = \frac{1}{2} m V^2$$

$$(\text{J}) \text{ (kg} \cdot \text{m/s}^2)$$

## II. Định lý động năng

$$A_{12} = W_{d2} - W_{d1}$$

## III. Thế năng

- Thế năng của vật trong trọng trường :

Lấy mốc thế năng tại mặt đất thì :

$$W_t = m \cdot g \cdot h$$

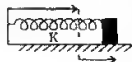
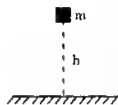
$$(J) = (kg) (m/s^2) (m)$$

- Thế năng của vật đàn hồi :

Lấy mốc thế năng ở đầu lò xo chưa biến dạng :

$$W_t = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

$$(J) \quad (N/m) (m^2)$$



## IV. Độ biến thiên thế năng và công

$$W_{t2} - W_{t1} = -A_{12}$$

## BÀI GIẢI MẪU

### ĐỊNH LÝ ĐỘNG NĂNG

**269** Một viên đạn khối lượng  $m = 20g$  bắn vào bức tường dày  $20cm$  với vận tốc  $V_1 = 500m/s$ . Khi ra khỏi bức tường vận tốc viên đạn là  $V_2 = 200m/s$ . Tính lực cản của bức tường lên viên đạn.

*Giải*

Công lực cản của bức tường bằng độ biến thiên động năng của đạn :

$$W_{d2} - W_{d1} = A_{12}$$

$$\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = F_c \cdot S \Rightarrow F_c = \frac{m(V_2^2 - V_1^2)}{2S} = \frac{0,02(200^2 - 500^2)}{2 \cdot 0,2}$$

$$F_c = -10,5 \cdot 10^3 N$$

(dấu - chứng tỏ lực cản ngược chiều chuyển động).

### TÍNH LỰC Hãm BẰNG ĐỊNH LÝ ĐỘNG NĂNG HOẶC BẰNG ĐỊNH LUẬT II NEWTON

**270** Một ô tô khối lượng  $m = 2$  tấn đang chuyển động trên đường nằm ngang với vận tốc  $V = 54 \frac{km}{h}$  thì hãm phanh. Lực hãm có độ lớn  $F = 11250N$ .

Tính quãng đường ô tô dừng lại kể từ lúc hãm phanh bằng cách :

a) Áp dụng định lý động năng

b) Dùng định luật II Newton.



### Giải

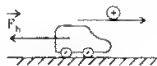
a) Áp dụng định lý động năng :

Độ biến thiên động năng bằng công lực hàm :

$$\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = A_{1,2}$$

$$0 - \frac{1}{2} m V^2 = - F_h \cdot S$$

$$S = \frac{m V^2}{2 F_h} = \frac{2.10^3 \cdot 15^2}{2 \cdot 11250} = 20 \text{m.}$$



b) Dùng định luật II Newton :

- Gia tốc ô tô thu được do lực hàm :

$$a_x = \frac{-F_h}{m} = -\frac{11250}{2.10^3} = -5,625 \text{m/s}^2$$

- Áp dụng :  $V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x \cdot S_x$

$$0 - V^2 = 2a_x \cdot S_x \Rightarrow S_x = -\frac{V^2}{2a_x} = -\frac{15^2}{2(-5,625)} = 20 \text{m}$$

hay  $S = 20 \text{m.}$

### ĐỘNG NĂNG CÓ TÍNH TƯƠNG ĐỐI

**271** Một máy bay chiến đấu đang bay với vận tốc  $V_1 = 1080 \text{km/h}$  thì bắn ra một quả đạn vào một máy bay địch đang bay với vận tốc  $V_2 = 756 \text{km/h}$ .

Biết rằng viên đạn bắn ra cùng hướng chuyển động với máy bay chiến đấu và có vận tốc  $V_0 = 500 \text{m/s}$  đối với máy bay này. Khối lượng viên đạn là  $m = 2 \text{kg}$ . Tính động năng của viên đạn đối với mặt đất và đối với máy bay địch trong hai trường hợp :

- a) Máy bay chiến đấu bay ngược hướng với máy bay địch.
- b) Máy bay chiến đấu bay cùng hướng với máy bay địch.

### Giải

$$V_1 = 1080 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 300 \text{m/s}; \quad V_2 = 756 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 210 \text{m/s}$$

- \* Vận tốc đạn đối với đất :

$$V_3 = V_0 + V_1 = 500 + 300 = 800 \text{ (m/s)}$$

- \* Vận tốc đạn đối với máy bay địch khi bay ngược chiều :

$$V_4 = V_3 + V_2 = 800 + 210 = 1010 \text{ (m/s)}$$

- \* Vận tốc đạn đối với máy bay địch khi bay cùng chiều :

$$V_5 = V_3 - V_2 = 800 - 210 = 590 \text{ (m/s)}$$

\* Động năng của đạn đối với đất :  $W_d = \frac{1}{2} m V_3^2 = 64.10^4 J$

\* Động năng của đạn đối với máy bay dịch :

• Khi bay ngược chiều :  $W_d = \frac{1}{2} m V_4^2 = 1020100J$

• Khi bay cùng chiều :  $W_d = \frac{1}{2} m V_5^2 = 348100J .$

### ÁP DỤNG ĐỊNH LÍ ĐỘNG NĂNG CHO MỘT HỆ VẬT

**272** Hai vật A và B có khối lượng  $m_A = 3kg$  và  $m_B = 1kg$  được nối với nhau qua ròng rọc như hình vẽ, trong đó  $\alpha = 30^\circ$ . Hệ thống lúc đầu đứng yên, sau đó ta thả cho hệ chuyển động. Bỏ qua ma sát giữa vật A và mặt phẳng nghiêng; khối lượng ròng rọc và dây nối coi như không đáng kể; dây nối không co giãn.

a) Áp dụng định lí động năng để tính vận tốc của mỗi vật khi vật A đi được 1m.

b) Chứng tỏ các vật chuyển động nhanh dần đều và tính gia tốc chuyển động.



**Giải**

a) Vận tốc của mỗi vật :

Vì  $P \sin \alpha > P_1$  nên khi thả ra

Vật A trượt xuống còn vật B đi lên

• Xét vật A :

+ Các lực tác dụng vào A :  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{N}$

+ Công của vật A khi nó đi chuyển xuống dưới khoảng x :

$$A_1 = A_P + A_T + A_N = P \sin \alpha \cdot x - T \cdot x + 0$$

+ Áp dụng định lí động năng cho vật A :

$$\frac{1}{2} m_A V^2 = P \sin \alpha \cdot x - T \cdot x \quad (1)$$

• Xét vật B :

+ Các lực tác dụng vào B :  $P_1$ ,  $T_1$  (độ lớn bằng T).

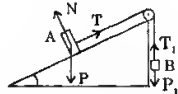
+ Khi A đi chuyển xuống dưới khoảng x thì B đi lên x

+ Công của B khi đi lên khoảng x :

$$A_2 = A_{P_1} + A_{T_1} = P_1 x + T \cdot x \quad (2)$$

+ Áp dụng định lí động năng cho vật B :

$$\frac{1}{2} m_B V^2 = -P_1 x + T \cdot x$$



Cộng (1) và (2) ta được :  $\frac{1}{2}(m_B + m_A)V^2 = (P \sin \alpha - P_1).x$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{2(P \sin \alpha - P_1)}{m_A + m_B} x$$

$$V^2 = \frac{2(m_A \sin \alpha - m_B)}{m_A + m_B} x \quad (3)$$

Và :  $V = \sqrt{2,5} \approx 1,58 \text{ m/s}$

b) Gia tốc chuyển động của các vật :

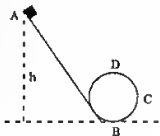
Biểu thức (3) có dạng :  $V^2 = 2a.x$

Với :  $a = \frac{(m_A \sin \alpha - m_B)g}{m_A + m_B} = 1,25 \text{ m/s}^2$

Cho ta kết luận : A và B chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a = 1,25 \text{ m/s}^2$ .

### VẬT TRƯỢT TRÊN MÁNG NGHIÊNG TIẾP VỚI MÁNG TRÒN

**273** Một cái máng gồm hai phần : phần AB đặt nghiêng và phần BCD được uốn thành hình tròn bán kính R nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa phần máng AB. Một vật được thả ra trên phần máng AB cho trượt xuống từ độ cao h, sau đó nó sẽ tiếp tục chuyển động trong máng hình tròn. Bỏ qua ma sát khi vật chuyển động trên máng. Tìm độ cao h tối thiểu để vật lên tới được điểm cao nhất D trên máng hình tròn.



*Giải*

+ Các lực tác dụng lên vật :  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$

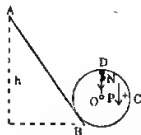
+ Có :  $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

Tại điểm cao nhất D,  $\vec{P}$  và  $\vec{N}$  đều hướng tâm nên  $\vec{a}$  hướng tâm.

Do đó :  $P + N_D = m \frac{V_D^2}{R}$

$$\Rightarrow N_D = m \left( \frac{V_D^2}{R} - g \right) \geq 0$$

Với  $m > 0$  nên :  $V_D^2 \geq gR$



+ Công của vật khi trượt từ A  $\rightarrow$  D là công trọng lực (còn công của phản lực  $\vec{N}$  bằng 0 vì phản lực luôn luôn vuông góc với đường đi), mà công

của trọng lực chỉ phụ thuộc vào độ cao giữa 2 điểm A và D :

$$h_A - h_D = h - 2R$$

$$A = mg(h - 2R)$$

$$+ \text{ Áp dụng định lí động năng : } \frac{1}{2} m V_D^2 = mg(h - 2R)$$

$$\Rightarrow V_D^2 = 2g(h - 2R) \geq gR \Rightarrow h \geq \frac{5}{2} R$$

$$h_{\min} = \frac{5}{2} R.$$

## THỂ NĂNG

**274** Một vật nặng có khối lượng  $m = 2\text{kg}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính thế năng của vật tại A cách mặt đất 3m về phía trên và tại đáy giếng cách mặt đất 5m với mốc độ cao tại mặt đất.

b) Tìm lại kết quả câu a/ nếu lấy mốc độ cao tại đáy giếng.

c) Suy ra công của trọng lực khi vật chuyển từ đáy giếng lên độ cao  $h = 3\text{m}$ . Nêu nhận xét về các kết quả vừa tìm.

### Giải

a) Lấy mốc độ cao tại mặt đất :

$$\text{Thế năng : } W_t = mgh$$

Với  $h$  là khoảng cách từ mốc độ cao đến vị trí tính thế năng

$h > 0$  nếu vị trí xét nằm trên mốc thế năng.

$h < 0$  nếu vị trí xét nằm dưới mốc thế năng.

- Tại độ cao 3m ( $h_1 = 3\text{m}$ ) :  $W_{t1} = mgh_1 = 60\text{J}$
- Tại mặt đất ( $h = 0$ ) :  $W_{t2} = 0$
- Tại đáy giếng ( $h_3 = -5\text{m}$ ) :  $W_{t3} = mgh_3 = -100\text{J}$

b) Lấy mốc độ cao tại đáy giếng :

- Tại độ cao 3m so với mặt đất ( $h_1 = 3 + 5 = 8\text{m}$ )  
 $W_{t1} = mgh_1 = 160\text{J}$
- Tại mặt đất ( $h_2 = 5\text{m}$ ) :  $W_{t2} = mgh_2 = 100\text{J}$
- Tại đáy giếng ( $h_3 = 0$ ) :  $W_{t3} = mgh_3 = 0$

c) Công trọng lực khi vật chuyển từ đáy giếng lên độ cao  $h$  :

$$A_{31} = -(W_{t1} - W_{t3})$$

- Mốc độ cao tại mặt đất :  $A_{31} = -(60 + 100) = -160\text{J}$   
(Dấu - vì công trọng lực trong trường hợp này là công cản)
- Với mốc độ cao tại đáy giếng :  $A_{31} = -(160 - 0) = -160\text{J}$

- *Nhận xét* : Mốc độ cao khác nhau thì thế năng tại cùng một vị trí khác nhau nhưng độ biến thiên thế năng và công A không đổi.

### THẾ NĂNG CỦA HỆ Lò XO VÀ QUẢ CẦU

**275** Một lò xo có độ cứng  $K$ , khối lượng không đáng kể, được treo thẳng đứng, đầu dưới mang quả cầu nặng. Từ vị trí cân bằng  $O$  ta kéo vật thẳng đứng xuống dưới đến  $A$  với  $OA = x$ . Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng  $O$ , tính thế năng của hệ (lò xo và quả cầu) tại  $A$ .

*Giải*

- Gọi  $x_0$  là độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng  $O$ , lúc đó :

$$mg = Kx_0 \quad \Rightarrow \quad mg - Kx_0 = 0 \quad (1)$$

- Thế năng của vật tại  $A$  gồm thế năng đàn hồi và thế năng trọng lực.

+ Thế năng đàn hồi :

$$W_1 = \frac{1}{2} K (x_0 + x)^2 = \frac{1}{2} K x_0^2 + \frac{1}{2} K x^2 + K x_0 x$$

trong đó  $\frac{1}{2} K x_0^2$  là thế năng đàn hồi tại vị trí cân bằng  $O$  và bằng

không (vì chọn mốc thế năng tại  $O$ ) nên :

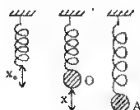
$$W_1 = \frac{1}{2} K x^2 + K x_0 x$$

- + Thế năng trọng lực :  $W_2 = mg(-x)$

(dấu - vì điểm  $A$  dưới mốc thế năng  $O$ )

$$\text{Vậy thế năng của hệ tại } A \text{ là : } W = \frac{1}{2} K x^2 + (K x_0 - mg)x \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } W = \frac{1}{2} K x^2.$$



### THẾ NĂNG CỦA HỆ 2 Lò XO

**276** Hai lò xo có độ cứng  $K_1$  và  $K_2$  được nối như hình vẽ. Đưa vật ra khỏi vị trí cân bằng  $O$  đến  $A$  (nhưng vẫn tiếp xúc với mặt sàn) một khoảng  $OA = x$ .

Tính thế năng của hệ tại  $A$  trong hai trường hợp :

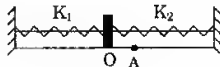
- Tại vị trí cân bằng  $O$ , 2 lò xo có chiều dài tự nhiên.
- Tại vị trí cân bằng  $O$ , 2 lò xo đã bị kéo dãn.

Lấy vị trí cân bằng  $O$  làm mốc thế năng.

*Giải*

- Tại  $O$ , 2 lò xo có chiều dài tự nhiên :

$$W_1 = W_{11} + W_{12} = \frac{1}{2} K_1 x^2 + \frac{1}{2} K_2 x^2 = \frac{1}{2} (K_1 + K_2) x^2 \quad (\text{Xem bài 275})$$





**279** Một xe ô tô có khối lượng 5 tấn đang đi với vận tốc 36km/h thì lái xe thấy có chướng ngại vật ở cách 10m và đạp phanh. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (nằm ngang) là  $\mu = 0,4$ . Tại sao xe vẫn đâm vào chướng ngại vật ? Tính vận tốc của xe lúc đó.

(Bài tập 56.4 – Sách GK Vật lí 10)

### Hướng dẫn

$$\bullet \quad \frac{1}{2} mV^2 - \frac{1}{2} mV_0^2 = -\mu mg.S \quad \Rightarrow \quad V^2 = V_0^2 - 2\mu g.S$$

Với  $S = 10m$ , ta có :  $V = \sqrt{20} \approx 4,46m/s > 0$

Vậy xe vẫn còn chạy ở vị trí có chướng ngại vật.

$$\bullet \quad \text{Vận tốc : } V \approx 4,47m/s$$

(Chú ý : không cần số liệu về khối lượng xe).

**280** Hai vật có khối lượng  $m_1 = 2,5kg$  và  $m_2 = 1kg$  được móc vào 2 ròng rọc B cố định và C di động (Hình vẽ). Thả cho hệ chuyển động từ nghỉ. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

a) Tính vận tốc của 2 vật khi  $m_1$  đã đi được 1m.

b) Khi  $m_1$  đi được 1m thì thế năng của hệ tăng hay giảm bao nhiêu ?

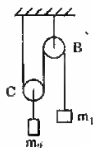
(Bài tập 56.5 và 57.3 – SGK Vật lí 10)

### Hướng dẫn

a) •  $m_1$  đi được 1m thì  $m_2$  đi được 0,5m.

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ h_2 &= \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{h_1}{h_2} = 2$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= a_1 t \\ V_2 &= a_2 t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{a_1}{a_2} = 2$$



$$\bullet \quad \text{Công trọng lực :} \quad A = m_1 gh - m_2 g \frac{h}{2} = 20J$$

$$\bullet \quad \text{Độ biến thiên động năng :} \quad \Delta W_d = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( \frac{V_1}{2} \right)^2 = 1,375 V_1^2$$

$$\bullet \quad \text{Có :} \quad A = \Delta W_d \quad \Rightarrow \quad V_1 \approx 3,8m/s; \quad V_2 = 1,9m/s$$

$$b) \quad \text{Thế năng } m_1 \text{ giảm :} \quad m_1 gh_1 = 25J$$

$$\text{Thế năng } m_2 \text{ tăng :} \quad m_2 gh_2 = 5J$$

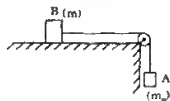
$$\text{Thế năng hệ giảm :} \quad 25 - 5 = 20J.$$

**281** Hai vật A và B có khối lượng  $m_0$  và  $m$  được nối nhau bằng dây không đàn qua ròng rọc cố định như hình vẽ, trong đó vật B trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang.

a) Áp dụng định lí động năng để tính vận tốc  $V$  khi vật A chuyển động khoảng  $x$ .

b) Tính sức căng  $T$  của dây nối.

Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây nối.



### Hướng dẫn

a) Áp dụng định lí động năng cho 2 vật :

$$\begin{cases} (m_0 g - T) \cdot x = \frac{1}{2} m_0 V^2 \\ T \cdot x = \frac{1}{2} m V^2 \end{cases} \Rightarrow V^2 = 2 \frac{m_0 g}{m + m_0} x \quad (*)$$

$$V = \sqrt{2 \frac{m_0 g}{m + m_0} x}$$

b)  $(*) \Rightarrow V^2 = 2a \cdot x$  với  $a = \frac{m_0 g}{m + m_0}$

$$T = ma = \frac{m \cdot m_0 g}{m + m_0}$$

**282** Một lò xo có độ cứng  $K = 100 \text{ N/m}$  treo thẳng đứng. Đầu dưới móc vật nặng  $m = 1 \text{ kg}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Tính độ giãn  $\Delta l$  của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng O.

b) Kéo vật xuống phía dưới 2cm (kể từ vị trí cân bằng O).

Tính thế năng trọng lực của vật, thế năng đàn hồi của lò xo và thế năng của hệ. Lấy mốc thế năng tại vị trí cân bằng O.

### Hướng dẫn

a)  $\Delta l = \frac{mg}{K} = 10 \text{ cm}$

b) • Thế năng trọng lực :

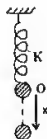
$$W_{t1} = mgh = -0,2 \text{ J} \quad (h = -0,02 \text{ m})$$

• Thế năng đàn hồi :

$$W_{t2} = \frac{1}{2} K [(x + \Delta l)^2 - \Delta l^2] = 0,22 \text{ J}$$

• Thế năng của hệ :

$$W_t = W_{t1} + W_{t2} = 0,02 \text{ J}$$





## ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

### I. Cơ năng

$$W = W_d + W_t$$

### II. Định luật bảo toàn cơ năng

$$W_1 = W_2$$

### BÀI GIẢI MẪU

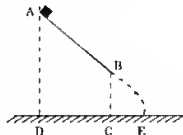
#### VẬT TRƯỢT TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG RƠI RƠI XUỐNG ĐẤT

**283** Một vật có khối lượng  $m = 0,2\text{kg}$  trượt không ma sát, không có vận tốc ban đầu trên mặt phẳng nghiêng từ A tới B và rơi xuống đất tại điểm E (Hình vẽ). Cho biết  $AD = 1,3\text{m}$ ,  $BC = 1\text{m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính trị số vận tốc  $V_B$  và  $V_E$  của vật tại các điểm B và E tương ứng.

b) Sau khi rơi vật lún xuống đất một đoạn  $S = 2\text{cm}$  (đọc theo quỹ đạo).

Hỏi lực cản trung bình của đất tác dụng lên vật.



**Giải**

a) Tính  $V_B$  và  $V_E$  :

Chọn mốc độ cao tại mặt đất .

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$V_B^2 = 2g(h_A - h_B) = 2.10(1,3 - 1) = 6$$

$$V_B = \sqrt{6} \approx 2,45\text{m/s}$$

- Và

$$W_A = W_E$$

$$mgh_A = \frac{1}{2} m V_E^2$$

$$V_E^2 = 2gh_A = 2.10.1,3 = 26.$$

$$V_E = \sqrt{26} \approx 5,1\text{m/s}$$

b) Lực cản trung bình của đất tác dụng lên vật :

- Công của lực cản :  $A_C = -F_c \cdot S$

- Độ biến thiên của động năng :  $\Delta W_d = 0 - \frac{1}{2} m V_E^2$
- Định lí động năng :  $A_c = \Delta W_d$   

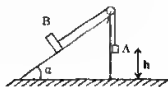
$$-F_c \cdot S = -\frac{1}{2} m V_E^2 \Rightarrow F_c = \frac{m V_E^2}{2S} = 130N.$$

### ÁP DỤNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG CHO HỆ HAI VẬT

**284** Hai vật A và B được nối với nhau bằng dây không giãn qua ròng rọc cố định với  $m_A = 300g$ ,  $m_B = 200g$ . Vật B trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Lúc đầu vật A cách mặt đất  $h = 0,5m$ . Lấy  $g = 10m/s^2$ , bỏ qua khối lượng dây nối và ròng rọc.

a) Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng để tính vận tốc vật A và B khi A chạm đất.

b) Khi A chạm đất thì B tiếp tục chuyển động đi lên trên mặt phẳng nghiêng một quãng đường là bao nhiêu ?



**Giải :**

a) Vận tốc A và B khi chạm đất :

Chọn mốc độ cao tại mặt đất thì :

- Cơ năng của hệ lúc thả :

$$W_0 = m_A g h + m_B g h_1$$

- Cơ năng của hệ lúc A chạm đất :

$$W_1 = \frac{1}{2} m_A V^2 + \frac{1}{2} m_B V^2 + m_B g h_2 \quad \text{với } h_2 = h_1 + h \sin \alpha.$$

- Vì không có ma sát nên :  $W_0 = W_1$

$$m_A \cdot g \cdot h + m_B g h_1 = \frac{1}{2} m_A V^2 + \frac{1}{2} m_B V^2 + m_B g (h_1 + h \sin \alpha)$$

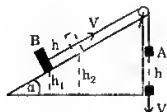
$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 = (m_A - m_B \sin \alpha) \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow V^2 = 2 \times \frac{m_A - m_B \cdot \sin \alpha}{(m_A + m_B)} \cdot g \cdot h = 4 \Rightarrow V = 2m/s$$

b) Quãng đường vật B tiếp tục đi lên :

Khi vật A chạm đất, vật B do quán tính vẫn tiếp tục chuyển động chậm dần (do thành phần  $P_B \cdot \sin \alpha$  kéo xuống) nên sau đó vật B sẽ dừng lại.

- Cơ năng vật B lúc vật A dừng :  $m_B g h_2 + \frac{1}{2} m_B V^2$



- Cơ năng vật B lúc dừng :  $m_B g h_3$
- Do không ma sát nên :  $m_B \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} m_B \cdot V^2 = m_B \cdot g h_3$

$$\Rightarrow m_B g (h_3 - h_2) = \frac{1}{2} m_B \cdot V^2$$

$$\Rightarrow (h_3 - h_2) = \frac{V^2}{2g} = 0,2m$$

Với :  $h_3 - h_2 = l \sin \alpha$  nên  $l \sin \alpha = 0,2 \Rightarrow l = 0,4m$ .

### VẬN TỐC CỦA CON LẮC ĐƠN

**285** Con lắc đơn gồm một vật nhỏ khối lượng  $m$  được treo bằng dây có chiều dài  $l$  vào một điểm cố định. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đến vị trí hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0$  rồi thả không vận tốc đầu.

- Viết biểu thức thế năng của vật tại chỗ thả.
  - Sau khi thả, vật chuyển động đến vị trí mà dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ . Tính vận tốc của vật tại vị trí này.
  - Vận tốc cực đại ở vị trí nào ? Tính vận tốc cực đại đó.
- Biết rằng dây không đàn và khối lượng không đáng kể.

**Giải**

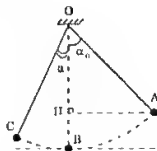
Chọn mốc độ cao tại vị trí cân bằng B

- Thế năng của vật tại chỗ thả :

$$W_{tA} = mgh_A$$

$$\text{Với } h_A = HB = OB \cdot OH = l - l \cos \alpha_0 = l(1 - \cos \alpha_0)$$

$$\text{nên : } W_{tA} = mgl(1 - \cos \alpha_0)$$



- Vận tốc của vật tại C :

- Tương tự như tại A, thế năng tại C :  $W_{tc} = mgl(1 - \cos \alpha)$

- Định luật bảo toàn cơ năng :

$$W_A = W_C$$

$$mgl(1 - \cos \alpha_0) = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2} mV^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

$$V = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$$

- Vị trí mà vật có vận tốc cực đại :

$$V : \max \Leftrightarrow \cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0 : \text{ đó là vị trí cân bằng B.}$$

$$\text{Lúc đó : } V_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}.$$

## SỨC CĂNG CỦA CON LẮC ĐƠN

**286** Một con lắc đơn gồm sợi dây mảnh không giãn, một đầu gắn vật nhỏ khối lượng  $m$ , đầu kia cột vào điểm cố định O. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0$  rồi thả cho chuyển động.

a) Tính sức căng dây khi vật qua vị trí mà dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ .

b) Sức căng cực đại ở vị trí nào? Tính sức căng cực đại ấy.

**Giải**

a) Sức căng dây  $T$ :

- 2 lực tác dụng vào vật:  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$
- Hợp lực:  $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$
- Chiều các lực xuống OC (chiều dương từ C  $\rightarrow$  O)

thì hình chiếu của hợp lực  $\vec{F}$  hướng về tâm O nên có giá trị là  $m \frac{V_c^2}{l}$ ,

do đó:

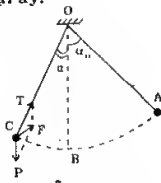
$$m \frac{V_c^2}{l} = -P \cos \alpha + T \Rightarrow T = m \frac{V_c^2}{l} + mg \cos \alpha$$

Với:  $\frac{V_c^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$  nên  $T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$

b) Vị trí con lắc để có  $T_{\max}$ :

$$T: \max \Leftrightarrow \cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0: \text{vị trí cân bằng B.}$$

Lúc đó:  $T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$ .



## CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT TRÊN MẶT NGHIÊNG VÀ VÀNH TRÒN

**287** Một vật nhỏ được thả không vận tốc đầu từ độ cao  $H$  trên một mặt phẳng nghiêng, còn đầu kia của mặt phẳng được uốn cong thành hình tròn bán kính  $R$  nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa phần mặt phẳng nghiêng. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng. Gọi C là vị trí trên vành mà vật đi qua với

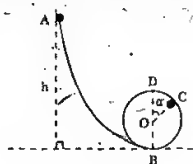
$\text{DOC} = \alpha$  (Hình vẽ). Tính:

- Vận tốc của vật tại C.
- Áp lực của vật lên vành tại C.

**Giải**

a) Vận tốc của vật tại C:

Vì không có ma sát nên:  $W_A = W_C$



$$mgH = mg(R + R\cos\alpha) + \frac{1}{2}mV^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 2g[H - R(1 + \cos\alpha)] \Rightarrow V = \sqrt{2g[H - R(1 + \cos\alpha)]}$$

b) Áp lực của vật lên vành :

- Hai lực tác dụng lên vật :  $\vec{N}, \vec{P}$
- Hợp lực :  $\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$
- Chiếu các vectơ này lên bán kính OC (chiều dương từ C  $\rightarrow$  O) thì hình chiếu của hợp lực  $\vec{F}$  hướng tâm về O nên có giá trị là  $m\frac{V^2}{R}$ , do đó :

$$m\frac{V^2}{R} = P\cos\alpha + N \Rightarrow N = m\frac{V^2}{R} - mg\cos\alpha$$

$$\text{Với } \frac{V^2}{R} = \frac{2g}{R}[H - R(1 + \cos\alpha)]$$

$$\text{Kết quả : } N = mg\left(\frac{2H}{R} - 2 - 3\cos\alpha\right)$$

Đó cũng là độ lớn của áp lực của vật lên vành.

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**288** Một hòn đá được ném đi với một vận tốc  $V_0 = 10\text{m/s}$  theo phương xiên góc ở độ cao  $h = 5\text{m}$ . Bỏ qua sức cản không khí. Hãy tính vận tốc của vật khi chạm đất. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

#### Hướng dẫn

Chọn mốc độ cao tại mặt đất :

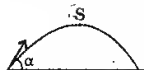
$$\frac{1}{2}mV^2 = mgh_0 + \frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow V = \sqrt{V_0^2 + 2gh} \approx 14,14\text{m/s}.$$

**289** Một vật được ném xiên góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang (Hình vẽ).

- So sánh thế năng và động năng tại điểm vật lên cao nhất.
- Để thế năng và động năng tại điểm cao nhất bằng nhau thì  $\alpha$  bằng bao nhiêu ?

#### Hướng dẫn

$$\text{Tại điểm cao nhất S : } \begin{cases} V = V_0 \cos \alpha \\ H_{\max} = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g} \end{cases}$$



(Xem chủ đề V, Loại 6 : Chuyển động ném xiên)

$$\bullet \quad W_d = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} mV_0^2 \cos^2 \alpha; \quad W_t = mgH_{\max} = \frac{1}{2} mV_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$\frac{W_d}{W_t} = (\cot \alpha)^2$$

a) Với  $\alpha = 30^\circ \Rightarrow W_d = 3W_t$

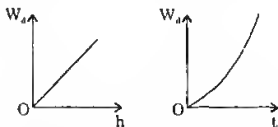
b)  $W_d = W_t \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

**290** Vẽ dạng đồ thị của động năng  $W_d$  theo quãng đường  $h$  và thời gian  $t$  của vật rơi tự do.

*Hướng dẫn*

$$W_d = \frac{1}{2} mV^2 \quad \text{với} \quad \begin{cases} V^2 = 2gh \\ V = gt \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_d = mgh = \frac{1}{2} mg^2 t^2$$



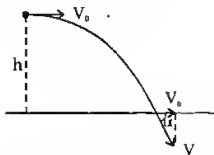
**291** Một vật được ném ngang ở độ cao  $h = 8,75\text{m}$  với vận tốc  $V_0 = 25\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính vận tốc của vật lúc chạm đất (độ lớn và phương).

*Hướng dẫn*

$$\bullet \quad \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} mV_0^2 + mgh;$$

$$V = \sqrt{V_0^2 + 2gh} = 20\text{m/s}$$

$$\bullet \quad \cos \alpha = \frac{V_0}{V} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 41^\circ 30'$$



**292** Hai vật có khối lượng  $m_1 = 3\text{kg}$  và  $m_2 = 2\text{kg}$  được nối với nhau bằng dây không đàn qua ròng rọc như hình vẽ. Lúc đầu hệ đứng yên, sau đó thả cho chuyển động.

a) Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng để tính vận tốc của mỗi vật khi đi được  $1\text{m}$ .

b) Tính sức căng dây.

Bỏ qua khối lượng dây nối và ròng rọc. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



*Hướng dẫn*

a) • Lấy vị trí ban đầu của mỗi vật làm mốc thế năng cho vật ấy.

+ Thế năng lúc đầu : 0

+ Thế năng hệ lúc sau :  $-m_1gh + m_2gh$

+ Động năng lúc đầu : 0

+ Động năng lúc sau :  $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$

- Định luật bảo toàn cơ năng :

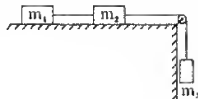
$$(-m_1 + m_2)gh + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 0$$

$$\Rightarrow V^2 = 2 \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \times h \quad (*) \Rightarrow V = 2\text{m/s.}$$

b) • (\*) có dạng  $V^2 = 2ah$  nên  $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = 2\text{m/s}^2$

•  $T = m_1(g - a) = 24\text{N.}$

**293** Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng để tính gia tốc chuyển động của hệ vật như hình vẽ và sức căng các dây nối. Bỏ qua ma sát.



### Hướng dẫn

- Khi mỗi vật dịch đi khoảng  $x$ , ta có :

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)V^2 - m_3gx = 0 \Rightarrow V^2 = 2 \frac{m_3g}{m_1 + m_2 + m_3} x$$

• Gia tốc :  $a = \frac{m_3g}{m_1 + m_2 + m_3}$

• Lực căng  $T_{12} = m_1a = \frac{m_1m_3g}{m_1 + m_2 + m_3}$

và :  $m_3g - T_{23} = m_3a \Rightarrow T_{23} = \frac{m_3(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} g.$

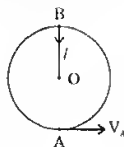
**294** Ở đầu một sợi dây không dẫn có chiều dài  $l$  có gắn một vật nặng. Hỏi tại điểm thấp nhất A phải truyền cho vật một vận tốc bằng bao nhiêu để nó có thể chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng qua O (Hình vẽ).

### Hướng dẫn

• Tại B :  $m \frac{V_B^2}{l} = mg + T \geq mg \Rightarrow V_B^2 \geq gl$

•  $\frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 + mg \cdot 2l \Rightarrow V_B^2 = V_A^2 - 4gl \geq gl$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{5gl}.$$



**295** Để đo vận tốc của viên đạn, ta dùng con lắc thử đạn. Đó là một bao cát có khối lượng  $M$  treo ở đầu một sợi dây dài  $l$  (Hình vẽ). Viên đạn khối lượng  $m$  có vận tốc  $V_0$  chui vào bao cát và sẽ nằm yên. Sau đó bao cát cùng viên đạn sẽ lệch khỏi vị trí cân bằng và dây treo sẽ lệch với phương thẳng



đứng góc  $\alpha$ . Tính vận tốc của viên đạn.

Áp dụng số :  $M = 10\text{kg}$ ;  $m = 100\text{g}$ ;  $l = 1\text{m}$ ;  $\alpha = 60^\circ$ .

### Hướng dẫn

- Định luật bảo toàn cơ năng :

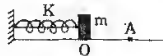
$$\frac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gl(1 - \cos\alpha) \Rightarrow V = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$$

- Định luật bảo toàn động lượng :

$$mV_0 = (M + m)V \Rightarrow V_0 = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} \approx 320\text{m/s}.$$

**296** Một lò xo có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$  và vật nặng  $m = 100\text{g}$  được nối với nhau như hình vẽ. Lúc vật ở O lò xo chưa biến dạng. Kéo dãn lò xo cho vật đến A với  $QA = 10\text{cm}$  rồi truyền cho vận tốc  $V_0 = 2\text{m/s}$ .

Tính vận tốc sau khi vật qua O.



### Hướng dẫn

$$W(\text{ở O}) = W(\text{ở A})$$

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow V = \sqrt{V_0^2 + \frac{k}{m}x^2} \approx 3,74\text{m/s}.$$

**297** Một quả cầu khối lượng  $m = 100\text{g}$  treo vào lò xo có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng.

b) Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng khoảng  $x = 2\text{cm}$  rồi thả không vận tốc đầu. Tính vận tốc của vật khi nó đi qua vị trí cân bằng.



### Hướng dẫn

- Độ dãn :  $\Delta l = \frac{mg}{k} = 1\text{cm}$

- Lấy mốc thế năng trọng lực tại vị trí cân bằng của vật, còn mốc thế năng đàn hồi tại đầu lò xo chưa biến dạng thì :

$$mg(-x) + \frac{1}{2}K(\Delta l + x)^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(\Delta l)^2$$

$$\Rightarrow -mgx + K\Delta l \cdot x + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\text{Và chú ý : } mg = K\Delta l \Rightarrow -mgx + K\Delta l \cdot x = 0$$

$$\text{nên } V = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x \approx 0,63\text{m/s}.$$



## ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

### Tóm tắt lý thuyết

#### I. Định luật bảo toàn năng lượng

Trong một hệ kín có sự chuyển hóa của năng lượng từ dạng này sang dạng khác, từ vật này sang vật khác nhưng năng lượng tổng cộng được bảo toàn :

$$E_1 = E_2$$

#### II. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho vật chịu tác dụng của lực ma sát

Cơ năng của vật giảm đi bằng độ lớn của công ma sát :

$$W_1 - W_2 = |A_{ms}|$$

#### III. Hiệu suất của máy

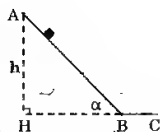
$$H = \frac{E_r}{E_v} < 1$$

Với  $\begin{cases} E_r : \text{Năng lượng đi ra khỏi máy} \\ E_v : \text{Năng lượng đi vào máy} \end{cases}$

### BÀI GIẢI MẪU

#### VẬT TRƯỢT TRÊN MẶT PHẲNG NGHIÊNG

**298** Một vật trượt từ đỉnh của mặt phẳng nghiêng AB, sau đó tiếp tục trượt trên mặt phẳng nằm ngang BC như hình vẽ với  $AH = h = 0,1\text{m}$ ,  $BH = a = 0,6\text{m}$ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và hai mặt phẳng là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



- Tính vận tốc của vật khi đến B.
- Quãng đường vật trượt được trên mặt phẳng ngang.

**Giải**

- a) Vận tốc tại B :

Lấy mốc thế năng tại B :

Cơ năng vật đã giảm khi đi từ A  $\rightarrow$  B bằng độ lớn công ma sát trên đoạn đường này.

$$W_A - W_B = |A_{ms}|$$

Với

$$\begin{cases} W_A = mgh \\ W_B = \frac{1}{2} mV_B^2 \\ |A_{ms}| = f_{ms} \cdot AB = \mu mg \cos \alpha \cdot AB = \mu mga \end{cases}$$

$$\text{nên : } mgh - \frac{1}{2} mV_B^2 = \mu mgs$$

$$\Rightarrow V_B^2 = 2g(h - \mu s) = 2.10(0,1 - 0,1.0,6) = 0,8$$

$$\Rightarrow V_B \approx 0,89 \text{ m/s}$$

b) *Quãng đường vật trượt được trên mặt phẳng ngang :*

Cơ năng vật đã giảm trên đoạn đường BC bằng độ lớn công ma sát trên đoạn đường này :

$$W_B - W_C = |A'_{ms}|$$

$$\frac{1}{2} mV_B^2 - 0 = \mu mgS \quad \Rightarrow \quad S = \frac{V_B^2}{2\mu g} = \frac{0,8}{2.0,1.10} = 0,4 \text{ m.}$$

### ÁP DỤNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG ĐỂ TÌM CÔNG THỨC TÍNH GIA TỐC CỦA VẬT TRƯỢT TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG

**299** Một vật trượt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  so với phương ngang. Biết hệ số ma sát trượt là  $\mu$ . Tính gia tốc của vật bằng cách áp dụng định luật bảo toàn năng lượng.

*Giải*

Coi vật trượt từ A  $\rightarrow$  B.

Lấy mốc thế năng tại B. Ta có :

$$W_A - W_B = |A'_{ms}|$$

$$\left( \frac{1}{2} mV_0^2 + mgh \right) - \frac{1}{2} mV^2 = \mu mg \cos \alpha \cdot AB$$

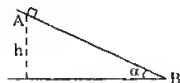
$$V^2 - V_0^2 = 2g(h - \mu AB \cos \alpha) = 2g(AB \cdot \sin \alpha - \mu AB \cos \alpha)$$

$$= 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot AB \quad (*)$$

$$\text{Đặt } a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = \text{const thì } (*) \Rightarrow V^2 - V_0^2 = 2a \cdot AB$$

Vậy  $a$  chính là gia tốc của vật trượt trên mặt phẳng nghiêng

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$



### ÁP DỤNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG CHO HỆ HAI VẬT

**300** Hai vật có khối lượng  $m_1 = 150 \text{ g}$  và  $m_2 = 100 \text{ g}$  được nối với nhau bằng dây không dẫn như hình vẽ, lúc đầu hai vật đứng yên. Khi thả ra, vật  $m_2$  chuyển động được  $h = 1 \text{ m}$  thì vận tốc của nó là bao nhiêu ? Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



Biết vật  $m_1$  trượt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang với hệ số ma sát trượt là  $\mu = 0,1$ .

### Giải

- Vì  $m_2g > m_1g\sin\alpha$  nên khi thả ra, vật  $m_2$  chạy xuống và  $m_1$  chạy lên trên mặt phẳng nghiêng.
- Chọn mốc thế năng là vị trí ban đầu của mỗi vật.
- Cơ năng của 2 vật lúc đầu :  $W_1 = 0$
- Khi vật  $m_2$  thả xuống được  $h = 1\text{m}$  thì  $m_1$  đi lên cao thêm  $h\sin\alpha$  nên cơ năng của 2 vật lúc đó :

$$W_2 = (-m_2gh + m_1gh.\sin\alpha) + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$$

- Công ma sát do  $m_1$  trượt khoảng  $h$  trên mặt phẳng nghiêng :

$$|A_{ms}| = \mu m_1 g \cos\alpha \cdot h$$

- Độ giảm cơ năng của 2 vật bằng độ lớn của công ma sát :

$$W_1 - W_2 = |A_{ms}|$$

$$0 - \left[ (-m_2 + m_1 \sin\alpha)gh + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \right] = \mu m_1 g \cos\alpha \cdot h$$

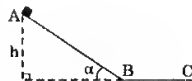
$$\Rightarrow V^2 = 2gh \frac{-\mu m_1 \cos\alpha + m_2 - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

$$= 2 \cdot 10 \cdot 1 \frac{-0,1 \cdot 0,15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,1 - 0,15 \cdot \frac{1}{2}}{0,25} = 0,9608$$

$$\Rightarrow V \approx 0,98\text{m/s.}$$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**301** Mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang góc  $\alpha$ , tiếp theo là mặt phẳng nằm ngang (Hình vẽ). Một vật bắt đầu trượt không vận tốc từ đỉnh A của mặt phẳng nghiêng với độ cao  $AH = h$  và sau đó tiếp tục trượt trên mặt phẳng ngang khoảng  $BC = x$  rồi dừng lại.



Tính  $x$  biết hệ số ma sát giữa vật với 2 mặt phẳng đều là  $\mu$ .

#### Hướng dẫn

$$mgh = \mu mg \cos\alpha \cdot S + \mu mg \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{h}{\mu} - S \cos\alpha \quad \text{với} \quad S = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$x = h \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\tan\alpha} \right)$$

**302** Một vật trượt không vận tốc đầu từ A trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ , sau đó trượt tiếp trên mặt phẳng nằm ngang và mặt phẳng nghiêng góc  $\beta$  như hình vẽ.



Biết  $AH = H$ ;  $BC = S$  và hệ số ma sát trượt giữa vật và 3 mặt phẳng đều bằng  $\mu$ . Tính độ cao  $DK = h$  mà vật lên tới được.

### Hướng dẫn

- $W_A = mgH$ ;  $W_D = mgh$
- $|A_{ms}| = \mu mg \cos \alpha \cdot AB + \mu mg BC + \mu mg \cos \beta \cdot CD$   

$$= mg\mu \left( \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha} + BC + \cos \beta \cdot \frac{h}{\sin \beta} \right)$$
- $W_A - W_D = |A_{ms}| \Rightarrow h = \frac{H(1 - \mu \cot \alpha) - \mu S}{1 + \mu \cot \beta}$

**303** Một búa máy có khối lượng  $m_1 = 100\text{kg}$  rơi từ độ cao  $h = 5\text{m}$  (so với đầu cọc) để đóng một cọc có khối lượng  $m_2 = 200\text{kg}$ . Mỗi lần búa đóng lên cọc thì búa và cọc cùng chuyển động với cùng vận tốc và cọc lún xuống được  $S = 5\text{cm}$ . Tính lực cản của đất. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

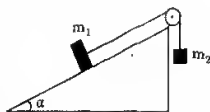
- Vận tốc búa trước khi chạm cọc:  $V = \sqrt{2gh} = 10\text{m/s}$
- $V$  là vận tốc búa và cọc sau khi va chạm thì:  

$$m_1 V = (m_1 + m_2) V' \Rightarrow V' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$
- Chọn mốc thế năng là vị trí cọc dừng thì:

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V'^2 + (m_1 + m_2) g S = F_c S$$

$$F_c = \frac{(m_1 + m_2) V'^2}{2S} + (m_1 + m_2) g \approx 36333 \text{ (N)}$$

**304** Hai vật  $m_1 = 800\text{g}$  và  $m_2 = 600\text{g}$  nối với nhau bằng dây không giãn như hình vẽ. Lúc đầu hệ đứng yên. Thả cho hệ chuyển động, khi  $m_2$  chạy được  $h = 0,5\text{m}$  thì nó có vận tốc  $V = 1\text{m/s}$ . Biết vật  $m_1$  trượt có ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



Tính hệ số ma sát  $\mu$  giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

**Đáp số:** 
$$\mu = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)gh - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2}{m_1 g \cos \alpha h} \approx 0,0433.$$

**305** Một búa máy có khối lượng  $m = 300\text{kg}$  rơi từ độ cao  $h = 3\text{m}$  và đóng vào cọc, làm cọc ngập thêm vào đất  $S = 7\text{cm}$ . Lực đóng cọc trung bình lên đất là  $F = 10^5\text{N}$ . Tính hiệu suất của búa. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Đáp số:**  $H = \frac{A_{1a}}{A_{vào}} = \frac{F \cdot S}{mgh} \approx 77,7\%$ .

### Chủ đề XIII

## ỨNG DỤNG HAI ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN TRONG SỰ VA CHẠM

### Tóm tắt lý thuyết

#### I. Va chạm đàn hồi

- Va chạm đàn hồi của hai vật là va chạm trong đó tổng động năng được bảo toàn.
- Trong sự va chạm đàn hồi ta viết hai định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng.

$$\begin{cases} m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2' \\ \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2'^2 \end{cases}$$

#### II. Va chạm mềm

- Va chạm mềm của hai vật là va chạm mà sau va chạm hai vật dính vào nhau, làm một phần động năng biến thành nhiệt.
- Trong va chạm mềm, ta chỉ cần sử dụng định luật bảo toàn động lượng

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}$$

#### III. Va chạm đàn hồi trực diện (hay xuyên tâm)

- Va chạm đàn hồi trực diện (hay xuyên tâm) là va chạm đàn hồi mà các tâm của 2 vật chuyển động trên cùng một đường thẳng.

• Biểu thức :

$$\begin{cases} m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} = m_1 V_{1x}' + m_2 V_{2x}' \\ \frac{1}{2} m_1 V_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2x}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1x}'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2x}'^2 \end{cases}$$

### BÀI TẬP MẪU

#### VA CHẠM ĐÀN HỒI VÀ TRỰC DIỆN

**306** Một quả cầu có khối lượng  $m_1 = 100\text{g}$  và vận tốc  $V_1 = 24\text{m/s}$  va chạm vào quả cầu thứ hai có khối lượng  $m_2 = 200\text{g}$  và vận tốc  $V_2 = 12\text{m/s}$ . Va chạm là đàn

hồi và trực diện. Tính các vận tốc sau va chạm trong hai trường hợp :

a) Chạy ngược chiều nhau.

b) Chạy cùng chiều nhau.

c) Chứng minh rằng, vận tốc tương đối của hai vật vẫn nguyên giá trị tuyệt đối nhưng đổi chiều.

**Giải**

• Va chạm trực diện nên :  $m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} = m_1 V'_{1x} + m_2 V'_{2x}$   
 $\Rightarrow m_1 (V_{1x} - V'_{1x}) = m_2 (V'_{2x} - V_{2x}) \quad (1)$

• Va chạm đàn hồi nên :

$$\frac{1}{2} m_1 V_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2x}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1x}'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2x}'^2$$

$$\Rightarrow m_1 (V_{1x}^2 - V_{1x}'^2) = m_2 (V_{2x}'^2 - V_{2x}^2) \quad (2)$$

(2) chia cho (1) vế theo vế :  $\frac{V_{1x}^2 - V_{1x}'^2}{V_{1x} - V_{1x}'} = \frac{V_{2x}'^2 - V_{2x}^2}{V_{2x}' - V_{2x}}$

Khi hai vật tương tác thì :  $V_{1x} \neq V'_{1x}$ ;  $V_{2x} \neq V'_{2x}$  nên :

$$V_{1x} + V'_{1x} = V_{2x}' + V_{2x} \Rightarrow V_{2x}' = V_{1x} + V'_{1x} - V_{2x}$$

Thế giá trị của  $V_{2x}'$  vào (1), ta tính được :

$$V'_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)V_{1x} + 2m_2 V_{2x}}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

$$V'_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)V_{2x} + 2m_1 V_{1x}}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

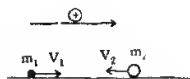
a) Hai vật chạy ngược chiều :

Với chiều dương là chiều của  $\vec{V}_1$  thì :

$$V_{1x} = 24 \text{ m/s}; \quad V_{2x} = -12 \text{ m/s}$$

$$(3) \Rightarrow V'_{1x} = \frac{(100 - 200) \times 24 + 2 \cdot 200(-12)}{100 + 200} = -24 \text{ m/s}$$

$$(4) \Rightarrow V'_{2x} = \frac{(200 - 100)(-12) + 2 \cdot 100 \cdot 24}{100 + 200} = 12 \text{ m/s}$$

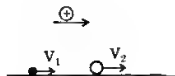


b) Hai vật chạy cùng chiều :

Với chiều dương là chiều của  $\vec{V}_1$  thì :

$$V_{1x} = 24 \text{ m/s}; \quad V_{2x} = 12 \text{ m/s}.$$

$$(3) \Rightarrow V'_{1x} = \frac{(100 - 200) \times 24 + 2 \cdot 200(12)}{100 + 200} = 8 \text{ m/s}$$



$$(4) \Rightarrow V'_{2x} = \frac{(200 - 100)(12) + 2 \cdot 100 \cdot 24}{100 + 200} = 20 \text{ m/s}$$

c) Vận tốc tương đối của 2 quả cầu :

Gọi (3) là dấu thì phép cộng vận tốc là :

$$\vec{V}_{12} = \vec{V}_{13} + \vec{V}_{32}$$

$$\text{hay : } V_{12x} = V_{13x} - V_{23x} = V_{1x} - V_{2x} \quad (5)$$

$$\text{và : } \vec{V}'_{12} = \vec{V}'_{13} + \vec{V}'_{32}$$

$$\text{hay : } V'_{12x} = V'_{13x} - V'_{23x} = V'_{1x} - V'_{2x} = -(V_{1x} - V_{2x}) \quad (6)$$

(5) và (6) cho :  $V_{12x} = -V'_{12x}$  : vận tốc tương đối giữa 2 vật trước và sau va chạm bằng nhau về độ lớn nhưng trái chiều.

### VA CHẠM MỀM

**307** Một vật khối lượng  $m_1$  chuyển động với vận tốc  $V_1$  đến va chạm vào vật khác có khối lượng  $m_2$  đang đứng yên. Sau va chạm hai vật dính nhau và cùng chuyển động với vận tốc  $V'$ .

a) Tính  $V'$  theo  $m_1$ ,  $m_2$  và  $V_1$ .

b) Chứng tỏ trong va chạm này (va chạm mềm) động năng không được bảo toàn.

c) Tính phần trăm động năng đã chuyển thành nhiệt trong hai trường hợp sau đây và nêu nhận xét :

$$+ m_1 = \frac{1}{9} m_2 \quad + m_1 = 9m_2.$$

### Giải

a) Tính vận tốc  $V'$  :

Định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V' \Rightarrow V' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_1$$

b) Trong va chạm mềm động năng không được bảo toàn :

- Động năng hệ 2 vật trước va chạm :  $W_d = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$

- Động năng hệ 2 vật sau va chạm :

$$\begin{aligned} W'_d &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V'^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_1 \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} V_1^2 \end{aligned}$$

$$W_d' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left( \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 \right) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} W_d < W_d : \text{Động năng}$$

của hệ đã giảm khi va chạm mềm tức động năng không bảo toàn.

c) *Phần trăm động năng đã chuyển thành nhiệt :*

Theo định luật bảo toàn năng lượng, phần động năng đã giảm dùng bằng nội năng (nhiệt) tỏa ra :

$$Q = W_d - W_d' = \left( 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) W_d = \frac{m_2}{m_1 + m_2} W_d$$

$$\Rightarrow H = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

\* Với  $m_1 = \frac{1}{9} m_2$  thì :  $H_1 = \frac{m_2}{\frac{1}{9} m_2 + m_2} = 90\%$

\* Với  $m_1 = 9m_2$  thì :  $H_2 = \frac{m_2}{9m_2 + m_2} = 10\%$

\* *Nhận xét :*

- Để có nhiệt tỏa ra lớn thì khối lượng vật đứng yên ( $m_2$ ) phải lớn so với  $m_1$ . Đó là trường hợp búa đập xuống đe.
- Để có nhiệt tỏa ra không đáng kể thì khối lượng vật đứng yên ( $m_2$ ) phải nhỏ so với  $m_1$ . Đó là trường hợp búa đóng đinh.

### VA CHẠM ĐÀN HỒI, XIÊN CỦA 2 QUẢ CẦU GIỐNG NHAU, MỘT QUẢ CẦU BAN ĐẦU ĐỨNG YÊN

**308** Hai quả cầu giống nhau. Một quả cầu chuyển động đến va chạm đàn hồi vào quả cầu kia đang đứng yên nhưng lệch về một phía (va chạm đàn hồi không xuyên tâm). Tìm góc hợp bởi phương chuyển động của hai quả cầu sau va chạm.

*Giải*

• Có :  $m \vec{V}_1 = m \vec{V}_1' + m \vec{V}_2' \Rightarrow \vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2'$

Biểu thức này chứng tỏ  $\vec{V}_1$  là đường chéo của hình bình hành có 2 cạnh là  $\vec{V}_1'$  và  $\vec{V}_2'$

• Vì va chạm đàn hồi nên :  $\frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m V_1'^2 + \frac{1}{2} m V_2'^2$

$$V_1^2 = V_1'^2 + V_2'^2$$



Biểu thức này chứng tỏ hình bình hành trên là hình chữ nhật tức  $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$ . Vậy sau va chạm hai quả cầu có phương chuyển động hợp nhau góc  $90^\circ$ .

### VA CHẠM MỀM CỦA 2 QUẢ CẦU GIỐNG HẾT NHAU

**309** Hai quả cầu bằng nhựa cùng khối lượng được treo bằng 2 dây chiều dài  $l$  vào điểm O như hình vẽ. Một quả được kéo cho dây treo hợp góc  $\alpha = 60^\circ$  với đường thẳng đứng đi qua O rồi thả nhẹ nhàng. Nó đến va chạm với quả đứng yên, hai quả dính vào nhau và cùng chuyển động. Tính :



a) Góc  $\beta$  lớn nhất mà dây treo hợp với phương thẳng đứng sau khi 2 vật dính vào nhau.

b) Phần trăm động năng đã chuyển thành nhiệt.

**Giải**

a) Góc  $\beta$  lớn nhất :

Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng B :

- Trước va chạm :  $E_A = E_B$

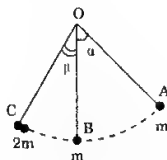
$$mgh_A = \frac{1}{2}mV^2$$

$$mgl(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow V = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{g \cdot l}$$

- Sau va chạm :  $mV = 2m \cdot V'$

$$V' = \frac{V}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{g \cdot l}$$

$$\text{Và : } E'_B = E'_C$$



$$\frac{1}{2}(2m) \cdot V'^2 = (2m) \cdot g \cdot h_c \Rightarrow h_c = \frac{V'^2}{2g} = \frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{g \cdot l}\right)^2}{2g} = \frac{l}{8}$$

$$\text{với : } h_c = l(1 - \cos\beta) \text{ nên } \frac{l}{8} = l(1 - \cos\beta)$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{7}{8} = 0,875 \Rightarrow \beta \approx 29^\circ$$

b) Phần trăm động năng đã chuyển thành nhiệt :

- Động năng 2 quả cầu trước va chạm và sau va chạm :  $W_d = \frac{1}{2}mV^2$

$$W'_d = \frac{1}{2}(2m)V'^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m \left(\frac{V}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mV^2$$

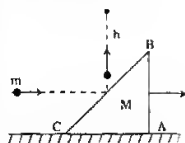
- Phần động năng đã chuyển thành nhiệt :

$$Q = W_d - W_d' = \frac{1}{4} mV^2 = \frac{1}{2} W_d$$

- Tỷ lệ :  $H = \frac{Q}{W_d} = 50\%$ .

### VA CHẠM XIÊN VÀ ĐÀN HỒI CỦA VIÊN BÍ VÀO MẶT PHẪNG

**310** Một viên bi khối lượng  $m$  bắn ngang vào cạnh huyền BC của một cái nêm khối lượng  $M$  đang nằm yên trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang như hình vẽ. Biết rằng sau va chạm nêm sẽ chuyển động trên mặt ngang, còn bi sẽ nảy thẳng đứng lên với độ cao tối đa là  $h = 2m$ . Coi va chạm giữa bi và nêm là đàn hồi.



Tính vận tốc chuyển động của nêm, biết  $\frac{M}{m} = 10$ .

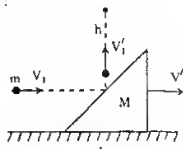
**Giải**

- Theo phương ngang, hệ “bi + nêm” coi như không có ngoại lực nên động lượng được bảo toàn theo phương này, do đó :

$$\begin{aligned} mV_1 &= MV' \\ \Rightarrow V_1 &= \frac{M}{m} V' \end{aligned} \quad (1)$$

- Với độ cao tối đa là  $h$ , vận tốc bi sau va chạm :

$$V_1'^2 = 2gh \quad (2)$$



- Vì va chạm đàn hồi nên động năng của hệ “bi + nêm” được bảo toàn

$$\frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m V_1'^2 + \frac{1}{2} M V'^2$$

$$m V_1^2 = m V_1'^2 + M V'^2 \quad (3)$$

(1), (2) và (3) cho :

$$m \left( \frac{M}{m} V' \right)^2 = m(2gh) + M V'^2$$

$$\Rightarrow V'^2 \left( \frac{M}{m} - 1 \right) = 2 \frac{m}{M} gh \Rightarrow V'^2 = \frac{2 \frac{m}{M} gh}{\frac{M}{m} - 1} = \frac{4}{9}$$

$$V' = \frac{2}{3} \text{ m/s.}$$

## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**311** Một quả cầu khối lượng  $m_1 = 150\text{g}$  chuyển động với vận tốc  $V_1 = 10\text{m/s}$  đến va chạm vào quả cầu thứ hai đang đứng yên có khối lượng  $m_2 = 50\text{g}$ . Xác định vận tốc của hai quả cầu sau va chạm, coi va chạm là đàn hồi và trực diện.

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ m_1 v_1^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 = 5\text{m/s} \\ u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 15\text{m/s} \end{cases}$$

**312** Một túi cát có khối lượng  $M = 5\text{kg}$  được treo vào điểm O và ban đầu đứng yên. Người ta bắn theo phương nằm ngang một viên đạn có khối lượng  $m = 10\text{g}$  vào túi cát với vận tốc  $V = 400\text{m/s}$  và sau đó đạn nằm yên trong túi cát. Tính :

- Vận tốc của (túi cát + đạn) sau khi bắn.
- Phần trăm động năng đã chuyển thành nhiệt.

*Hướng dẫn*

$$a) \quad V' = \frac{m}{m + M} V \approx 0,8\text{m/s}$$

$$b) \quad W_d = \frac{1}{2} m V^2 = 800\text{J}$$

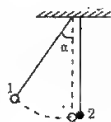
$$W'_d = \frac{1}{2} (m + M) V'^2 \approx 1,6\text{J}$$

$$Q = W_d - W'_d = 198,4\text{J}$$

$$H = \frac{Q}{W_d} \approx 99,8\%.$$

**313** Hai quả cầu giống hệt nhau cùng treo bằng hai dây không giãn và cùng chiều dài. Lúc cân bằng hai dây treo thẳng đứng và hai quả cầu tiếp xúc nhau.

Kéo quả cầu (1) lệch với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  (hình vẽ) rồi thả. Mô tả chuyển động tiếp theo của hai quả cầu coi va chạm là đàn hồi và xuyên tâm.



*Hướng dẫn*

$$\bullet \quad \text{Vì } m_1 = m_2 \Rightarrow V'_{1x} = 0; V'_{2x} = V_{1x}$$

Quả cầu (1) dừng lại và quả cầu (2) chuyển động đi lên với vận tốc quả cầu (1) trước va chạm.

- Có :  $m_1gl(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2} m_1 V_{1x}^2$

$$m_2gl(1 - \cos\beta) = \frac{1}{2} m_2 V_{2x}^2$$

$\Rightarrow \beta = \alpha$  : quả cầu (2) lên cùng độ cao với quả cầu (1) lúc thả.

- Sau đó quả cầu (2) trở lại va chạm vào (1), đứng lại và quả cầu (1) trở lại chỗ thả, ...

**314** Có hai quả cầu khối lượng lần lượt  $m_1 = 200\text{g}$  và  $m_2 = 100\text{g}$  được treo như hình vẽ bài 313.

Kéo quả cầu (1) lệch khỏi phương thẳng đứng góc  $\alpha = 60^\circ$  rồi thả.

Tính góc lớn nhất mà dây treo mỗi quả cầu hợp với phương thẳng đứng sau khi hai quả cầu va chạm nhau.

Coi va chạm là đàn hồi và xuyên tâm.

### Hướng dẫn

- $V_{1x} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{gl}$

- Vận tốc 2 quả cầu sau va chạm :

$$V'_{1x} = \frac{(m_1 + m_2)V_{1x}}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3} \sqrt{gl}$$

$$V'_{2x} = \frac{2m_1V_{1x}}{m_1 + m_2} = \frac{4}{3} \sqrt{gl}$$

- Định luật bảo toàn cơ năng sau va chạm :

$$\frac{1}{2} m_1 V'^2_{1x} = m_1gl(1 - \cos\alpha'_1)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha'_1 = \frac{17}{18} \Rightarrow \alpha'_1 \approx 19^\circ$$

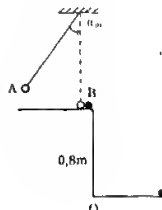
$$\text{và } \frac{1}{2} m_2 V'^2_{2x} = m_2gl(1 - \cos\alpha'_2)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha'_2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha'_2 \approx 84^\circ$$

**315** Một con lắc đơn gồm một hòn bi A có khối lượng  $m = 100\text{g}$  treo trên một sợi dây dài  $l = 1\text{m}$ . Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng góc  $\alpha_m = 30^\circ$  rồi thả ra không vận tốc đầu. Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản môi trường.

- Tìm vận tốc của hòn bi khi qua vị trí cân bằng.

Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .



2. Khi đi qua vị trí cân bằng, bi A va chạm đàn hồi và xuyên tâm với một bi B có khối lượng  $m_1 = 50\text{g}$  đang đứng yên trên mặt bàn.

Tìm vận tốc của 2 hòn bi ngay sau va chạm.

3. Giả sử bàn cao  $0,8\text{m}$  so với sàn nhà và bi B nằm ở mép bàn. Xác định chuyển động của bi B. Bi B bay bao lâu thì rơi đến sàn nhà và điểm rơi cách chân bàn O bao nhiêu?

### Hướng dẫn

$$1. V_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_m)} \approx 1,62\text{m/s}$$

$$2. \begin{cases} mV_0 = mV_x + m_1U_x \\ \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_x^2 + \frac{1}{2}m_1U_x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,62 = V_x + 0,5U_x \\ 1,62^2 = V_x^2 + 0,5U_x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_x = 0,54\text{m/s (loại giá trị } V_x = 1,62\text{m/s)} \\ U_x = 2,16\text{m/s} \end{cases}$$

3. + Chuyển động bi B là chuyển động ném ngang.

$$+ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0,4\text{s}$$

$$+ S = U_x.t = 0,864\text{m.}$$

# VẬT LÝ PHÂN TỬ VÀ NHIỆT HỌC

## CHƯƠNG I

### CHẤT KHÍ LÝ TƯỞNG

#### Chủ đề XIX

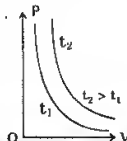
#### ĐỊNH LUẬT BOYLE MARIOTTE

• **Phát biểu :**

Ở nhiệt độ không đổi tích của thể tích và áp suất của một khối lượng khí xác định là một hằng số.

• **Công thức :**  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$  hoặc :  $P \cdot V = \text{const}$

• **Đường đẳng nhiệt :**



#### BÀI TẬP MẪU

##### TÍNH ĐỘ CAO CỘT CHẤT LỎNG DÂNG LÊN TRONG ống

**316** Một ống hình trụ tiết diện đều có một đầu kín và một đầu hở. Lúc đầu ta nhúng đầu hở vào một chậu chất lỏng sao cho mực chất lỏng trong và ngoài ống ngang nhau (hình vẽ). Sau đó ta rút ống lên sao cho chiều cao ấy ngoài không khí là 30 (cm) thì mực chất lỏng trong ống cao hơn bên ngoài x (cm).

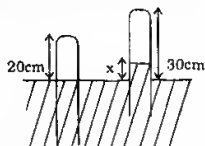
Tính x trong hai trường hợp :

a) Chất lỏng là thủy ngân.

b) Chất lỏng là nước.

Biết áp suất khí quyển là  $P_0 = 76 \text{ cm Hg}$

Khối lượng riêng của nước và thủy ngân lần lượt là  $1 \text{ g/cm}^3$  và  $13,6 \text{ g/cm}^3$ . Nhiệt độ không khí không đổi.

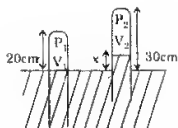


#### Giải

Khối khí trong ống và nhiệt độ không đổi nên áp dụng định luật Boyle Mariotte :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (*)$$

Với  $\begin{cases} P_1 = P_0 = 76 \text{ cmHg} \\ V_1 = 20.S \\ V_2 = (30 - x).S \end{cases}$



a) Chất lỏng là thủy ngân :

Có :  $P_2 = P_0 - x = (76 - x) \text{ cmHg}$

(\*)  $\Rightarrow 76 \times 20.S = (76 - x)(30 - x).S$

$$x^2 - 106x + 760 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 7,73(\text{cm}) \\ 98,27(\text{cm}) > 30(\text{cm}) : \text{loại} \end{cases}$$

Vậy :  $x = 7,73 \text{ (cm)}$

b) Chất lỏng là nước :

Có :  $P_2 = P_0 - \frac{x}{13,6} = \left(76 - \frac{x}{13,6}\right) \text{ cmHg}$

(\*)  $\Rightarrow 76 \times 20.S = \left(76 - \frac{x}{13,6}\right)(30 - x).S$

$$\Rightarrow x^2 - 1063,6x + 10336 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 1053,8 > 30(\text{cm}) : \text{loại} \\ 9,8(\text{cm}) \end{cases}$$

Vậy :  $x = 9,8 \text{ (cm)}$ .

### TÍNH CHIỀU CAO CỘT KHÔNG KHÍ TRONG ỐNG KHI MIỆNG ỐNG ĐƯỢC NGẮN BẰNG CỘT THỦY NGÂN

**317** Trong một ống nhỏ dài, tiết diện đều, một đầu kín, một đầu hở. Lúc đầu ống đặt thẳng đứng, miệng ống ở trên. Trong ống về phía đáy có cột không khí dài  $l_1 = 30(\text{cm})$  và được ngăn cách với bên ngoài bằng cột thủy ngân dài  $h = 15(\text{cm})$  (H vẽ). Áp suất khí quyển là  $76 \text{ cmHg}$  và nhiệt độ không đổi.

Tính chiều cao của cột không khí chứa trong ống trong các trường hợp :

- Ống đặt thẳng đứng, miệng ở dưới.
- Ống đặt nghiêng góc  $30^\circ$  so với phương ngang, miệng ở trên.
- Ống đặt nằm ngang.



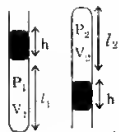
**Giải**

a) Ống đặt thẳng đứng, miệng ở dưới :

Khối khí trong ống không đổi và nhiệt độ không đổi nên theo định luật Boyle Mariotte :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

$$\text{Với: } \begin{cases} P_1 = P_0 + h = 76 + 15 = 91(\text{cmHg}) \\ V_1 = l_1 \times S = 30 \cdot S \\ P_2 = P_0 - h = 76 - 15 = 61(\text{cmHg}) \\ V_2 = l_2 \cdot S \end{cases}$$



$$(1) \Rightarrow 91 \times 30S = 61 \cdot l_2 \cdot S \Rightarrow l_2 \approx 44,75 \text{ (cm)}.$$

b) Ống đặt nghiêng góc  $30^\circ\text{C}$  so với phương ngang, miệng ở trên.

Cột thủy ngân có độ dài h nhưng khi đặt nghiêng góc  $\alpha$  nó đã gây ra áp suất tương đương với cột thủy ngân có độ cao

$$h' = h \sin \alpha = \frac{h}{2} = 7,5 \text{ cm}.$$

$$\text{Có: } P_1 V_1 = P_3 V_3$$

$$\text{Với: } \begin{cases} P_3 = P_0 + h' = 76 + 7,5 = 83,5 \text{ cmHg} \\ V_3 = l_3 \times S \end{cases}$$



$$(2) \Rightarrow 91 \times 30S = 83,5 \times l_3 \times S \Rightarrow l_3 \approx 32,7 \text{ (cm)}.$$

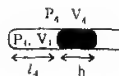
c) Ống đặt nằm ngang:

Cột Hg không có tác dụng lên cột không khí

$$\text{nên } P_4 = P_0$$

$$\text{Có: } P_1 V_1 = P_4 V_4$$

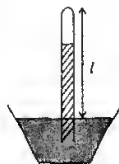
$$91 \times 30S = 76 \times l_4 \cdot S \Rightarrow l_4 = 35,9 \text{ (cm)}.$$



## ĐỘ CHỈ SAI CỦA ÁP KẾ KHÍ QUYỂN

**B18** Một ống Torricelli được dùng làm áp kế khí quyển với chiều dài ống nằm ngoài chậu thủy ngân là  $l = 800\text{mm}$ . Vì có ít bọt khí đã lọt vào phần chân không của ống nên áp kế đã chỉ sai. Khi áp suất khí quyển là  $760\text{mmHg}$  thì áp kế khí  $h_1 = 740\text{mm}$ .

Hỏi khi áp kế chỉ  $h_2 = 730\text{mm}$  thì áp suất thực của khí quyển là bao nhiêu?



**Giải**

- Nhắc lại: Ống Torricelli là một ống hình trụ trong đó lúc đầu đổ đầy Hg; sau đó dốc ngược vào chậu Hg thì Hg trong ống sẽ tuột xuống, đầu trên của ống là chân không. Lúc đó chiều cao cột Hg là áp suất khí quyển.
- Vì có bọt khí lọt vào phần chân không này nên phần trên ống không còn là chân không nữa và trong phần này có áp suất.
- $(H_1) \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0 - h_1 = 760 - 740 = 20(\text{mmHg}) \\ V_1 = (l - h_1)S = 60S \end{cases}$



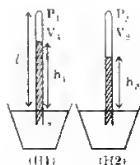
$$\bullet (H_2) \Rightarrow \begin{cases} P_2 = (P'_0 - h_2) = P'_0 - 730 \\ V_2 = (l - h_2)S = 70S \end{cases}$$

- Áp dụng định luật Boyle Mariotte :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$20 \times 60S = (P'_0 - 730) \times 70S$$

$$\Rightarrow P'_0 \approx 747 \text{ mmHg.}$$



### ĐỘ DỊCH CHUYỂN CỦA CỘT THỦY NGÂN TRONG ỐNG KÍN HAI ĐẦU

**319** Một ống thủy ngân tiết diện nhỏ dài  $l = 1\text{m}$ , kín hai đầu, bên trong có cột thủy ngân dài  $h = 20\text{cm}$  ngăn cách không khí ở hai đầu ống bằng nhau và có áp suất  $P_0 = 50\text{cmHg}$ . Hỏi khi dựng ống thẳng đứng thì cột thủy ngân dịch đi bao nhiêu ?

*Giải*

- Sự biến đổi trạng thái khí ở đầu B của ống khí đặt nằm ngang và khi thẳng đứng.

$$P_2 V_2 = P_0 V_0 = 50 \times 40S \quad (1)$$

$$P_2(40 - x) \times S = 2000S$$

$$P_2 = \frac{2000}{40 - x} \text{ (cmHg)} \quad (2)$$

- Sự biến đổi trạng thái khí ở đầu A cho :

$$P_1 V_1 = P_0 V_0 \quad (3)$$

$$(1) \text{ và } (3) \text{ cho : } P_2 V_2 = P_1 V_1$$

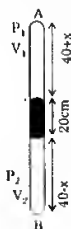
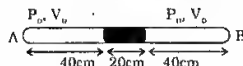
$$P_2(40 - x) \times S = (P_2 - 20)(40 + x)S$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{400 + 10x}{x} \quad (4)$$

- (2) và (4) cho :

$$\Rightarrow x^2 + 200x - 1600 = 0 \Rightarrow x = -100 \pm 107,7$$

Chỉ nhận giá trị  $x > 0$  tức  $x = 7,7\text{cm}$ .



### TÍNH SỐ LẦN BƠM KHÔNG KHÍ VÀO QUẢ BÓNG

**320** Ta dùng bơm tay để bơm không khí ở áp suất  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$  vào một quả bóng cao su có thể tích  $3\text{l}$ . Xung quanh của bơm có chiều cao  $h = 42\text{cm}$ , đường kính xy lanh là  $d = 5\text{cm}$ . Hỏi phải bơm bao nhiêu lần để không khí trong bóng có áp suất  $P = 5.10^5 \text{ N/m}^2$  trong hai trường hợp :

- a) Trước khi bơm trong quả bóng không có không khí.

b) Trước khi bơm trong quả bóng đã có không khí ở áp suất  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ .  
Giả thiết khi bơm không làm thay đổi nhiệt độ không khí.

**Giải**

- Thể tích khí mỗi lần bơm :

$$V_0 = h.S = h. \frac{\pi d^2}{4} = 42. \frac{3,14 \times 5^2}{4} = 824,25 \text{ (cm}^3\text{)}$$

- Sau  $n$  lần bơm thể tích khí thu được ( $nV_0$ ) ở áp suất  $P_0$
- Khi nén vào bóng có thể tích  $V$  thì áp suất là  $P_1$  cho bởi

$$(nV_0) \times P_0 = P_1 \times V \quad (*)$$

a) Trước khi bơm trong quả bóng không có không khí :

$$P_1 = P = 5.10^5 \text{ N/m}^2$$

$$(*) \Rightarrow n = \frac{P_1 \cdot V}{P_0 \cdot V_0} = \frac{5.10^5 \cdot 3}{10^5 \times 824,25 \times 10^{-3}} \approx 18 \text{ (lần)}$$

b) Trước khi bơm trong quả bóng đã có không khí :

$$P_1 + P_0 = P = 5.10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$P_1 = P - P_0 = 4.10^5 \text{ N/m}^2$$

$$(*) \Rightarrow n = \frac{P_1 V}{P_0 V_0} = \frac{4 \times 10^5 \times 3}{10^5 \cdot 824,25 \cdot 10^{-3}} \approx 15 \text{ (lần)}.$$

### LIÊN QUAN GIỮA SỐ LẦN BƠM VÀ DIỆN TÍCH TIẾP XÚC GIỮA VỎ XE VỚI MẶT ĐƯỜNG

**321** Do trọng lượng của xe nên giữa vỏ xe và mặt đường tiếp xúc nhau bằng diện tích  $S$  tùy thuộc vào áp suất không khí trong vỏ xe. Sau 10 lần bơm, diện tích tiếp xúc là  $S_1 = 30 \text{ cm}^2$ . Hỏi sau bao nhiêu lần bơm nữa thì diện tích tiếp xúc là  $S_2 = 20 \text{ cm}^2$ . Biết rằng :

- Trọng lượng xe cân bằng với áp suất lực của không khí trong vỏ xe.
- Thể tích khí mỗi lần bơm là như nhau.
- Lúc ban đầu trong vỏ xe không có không khí.
- Thể tích vỏ xe và nhiệt độ không đổi.

**Giải**

- Gọi  $P_1$  là áp suất không khí trong vỏ xe sau  $n_1$  lần bơm.  $S_1$  là diện tích tiếp xúc thì áp lực của không khí lên diện tích  $S_1$  là :  $P_1 \times S_1$
- Trọng lượng xe là  $P$  thì theo đề :  $P = P_1 \times S_1$  (1)
- Tương tự sau  $n_2$  lần bơm :  $P = P_2 \times S_2$  (2)

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow P_1 \times S_1 = P_2 \times S_2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{S_2}{S_1} \quad (3)$$

- Gọi  $V_0$  là thể tích không khí 1 lần bơm

$(n_1 V_0)$  là thể tích không khí sau  $n_1$  lần bơm (áp suất  $P_0$ ). Với thể tích trên khi nén vào vỏ có thể tích  $V$  thì áp suất là  $P_1$  cho bởi định luật Boyle Mariotte :

$$\text{Tương tự : } \left. \begin{array}{l} (n_1 V_0) \times P_0 = P_1 \times V \\ (n_2 V_0) \times P_0 = P_2 \times V \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad (4)$$

- (3) và (4) cho :  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow n_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot n_1 = \frac{30}{20} \times 10 = 15 \text{ (lần)}$

Vậy phải bơm thêm :  $\Delta n = n_2 - n_1 = 5 \text{ (lần)}$ .

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**322** Một bọt khí khi nổi lên từ đáy hồ đã lớn gấp 1,2 lần khi đến mặt nước. Tính độ sâu của đáy hồ, biết trọng lượng riêng của nước là  $d = 10^4 \text{ N/m}^3$ , áp suất khí quyển là  $10^5 \text{ N/m}^2$  và nhiệt độ nước trong hồ không đổi.

#### Hướng dẫn

Áp suất bọt khí tại mặt nước là  $P_0$

Áp suất bọt khí tại đáy hồ là  $P_0 + d.h$

$$\text{Có : } P_0 \cdot 1,2V = (P_0 + d.h)V \Rightarrow h = \frac{0,2P_0}{d} = 2 \text{ (m)}.$$

**323** Một ống túy tinh hình trụ, một đầu kín, một đầu hở, dài 40cm chứa không khí ở áp suất khí quyển  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Ấn ống xuống chậu nước theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới sao cho đầu kín ngang với mặt thoáng của nước. Tính chiều cao cột nước trong ống, biết trọng lượng riêng của nước là  $d = 10^4 \text{ N/m}^3$ .

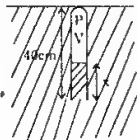
#### Hướng dẫn

$$\text{Có } \begin{cases} P = P_0 + (h - x)d \\ V = (h - x)S \end{cases}$$

$$P_0 V_0 = P \cdot V$$

$$10^5 \times 0,4S = [10^5 + (0,4 - x) \cdot 10^4] (0,4 - x)S$$

$$\Rightarrow x^2 - 10,8x + 0,16 = 0. \quad \text{Chỉ nhận : } x \approx 1,5 \text{ (cm)}.$$

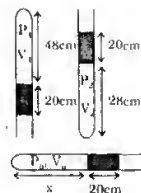


**324** Một ống thủy tinh tiết diện đều gồm một đầu kín, một đầu hở. Trong ống có giam một cột không khí nhờ cột thủy ngân dài 20cm. Khi đặt ống thẳng đứng miệng ở dưới thì chiều dài cột không khí là 48cm, miệng ở trên thì chiều dài cột không khí là 28cm. Tính :

- Áp suất khí quyển.
- Chiều dài cột không khí khi ống nằm ngang.

### Hướng dẫn

- $P_1 V_1 = P_2 V_2$   
 $(P_0 - 20) \times 48 = (P_0 + 20) \times 28$   
 $P_0 = 76 \text{ (cmHg)}$
- $P_0 V_0 = P_1 V_1$   
 $76 \cdot x = 56 \times 48$   
 $x \approx 35,37 \text{ (cm)}$



**325** Một lượng khí được nén đẳng nhiệt : Thể tích giảm 10% thì áp suất tăng 0,5at. Tính áp suất khí lúc đầu, biết thể tích lúc đó là  $V_1 = 40\text{l}$ .

### Hướng dẫn

$$\frac{P_2}{V_1} = \frac{P_1}{V_2} = \frac{P_2 - P_1}{V_1 - V_2} = \frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{\Delta P}{\Delta V} \cdot V_2 = \frac{0,5}{10} \times 30 = 1,5 \text{ (at)}.$$

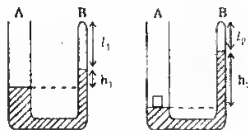
**326** Xy lanh của một ống bơm hình trụ có diện tích  $10\text{cm}^2$ , chiều dài  $30\text{cm}$  được dùng để nén không khí vào quả bóng có thể tích  $2,5\text{l}$ . Phải bơm bao nhiêu lần để áp suất của quả bóng gấp 3 lần áp suất khí quyển. Cho rằng quả bóng trước khi bơm không có không khí và nhiệt độ không khí đi vào quả bóng không đổi.

### Hướng dẫn

- Thể tích xy lanh :  $V_0 = S \cdot h = 300\text{cm}^3$
- Thể tích không khí sau  $n$  lần bơm (ở áp suất khí quyển) :  $nV_0$ .
- Có :  $(nV_0) \times P_0 = P \cdot V \Rightarrow n = \frac{P}{P_0} \times \frac{V}{V_0} = 25 \text{ (lần)}$ .

**327** Một ống chữ U gồm hai nhánh A và B như hình vẽ, với ống A hở và có tiết diện  $S = 10\text{cm}^2$ ; ống B kín, trong có chứa thủy ngân. Trên bề mặt thủy ngân bên nhánh A có đặt 1 pittông rất nhẹ và di chuyển dễ dàng. Mực thủy ngân ở ống B cao hơn ống A khoảng  $h_1 = 10\text{cm}$  và chiều cao cột khí ở đầu ống B là  $l_1 = 20\text{cm}$ .

Hỏi khi ta đặt thêm lên pittông một trọng vật có trọng lượng  $F = 35\text{N}$  thì chiều cao cột khí ở đầu ống B là  $l_2$  bằng bao nhiêu ? Biết áp suất khí quyển là  $P_0 = 10^5\text{N/m}^2$ . Trọng lượng riêng của thủy ngân là  $13,6 \cdot 10^4\text{N/m}^3$ .



### Hướng dẫn

Áp suất và thể tích của cột khí :  $P_1, V_1$  và  $P_2, V_2$

- $P_1 = P_0 - h_1 \cdot d = 0,864 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
- $V_1 = l_1 \times S = 0,2S$
- Áp suất do trọng vật gây nên :  $\frac{F}{S}$  nên

$$P_2 = \left( P_0 + \frac{F}{S} \right) - h_2 \cdot d = 1,35 \cdot 10^5 - 13,6 \cdot 10^4 \cdot h_2$$

$$\bullet V_2 = \left( l_1 - \frac{h_2 - h_1}{2} \right) S = \left( 0,2 - \frac{h_2 - 0,1}{2} \right) S = \left( 0,25 - \frac{h_2}{2} \right) S$$

$$\bullet \text{ Có : } P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$0,864 \times 10^5 \times 0,2S = (1,35 \cdot 10^5 - 13,6 \cdot 10^4 h_2) \left( 0,25 - \frac{h_2}{2} \right) S$$

$$\Rightarrow 6,8 h_2^2 - 10,15 h_2 + 1,647 = 0$$

$$\text{Chỉ nhận nghiệm } h_2 \approx 18,5(\text{cm}) \Rightarrow l_2 = 15,75\text{cm.}$$

**328** Ta dùng một bơm hút có thể tích xy lanh là  $V_0 = 200\text{cm}^3$  để hút không khí từ một bình có thể tích  $V = 1\text{l}$  (kể cả ống nối giữa bơm và bình) chứa không khí ở áp suất  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ .

Hỏi sau  $n$  lần hút thì áp suất trong bình còn bao nhiêu ?

Áp dụng  $n = 5$ . Biết rằng bơm hoạt động rất chậm để nhiệt độ trong bơm coi như không đổi.



$K_1$  và  $K_2$  là 2 khóa đóng, mở luân phiên

### Hướng dẫn

• Sau lần đầu bơm hút (pittông đã kéo ra xa tận cùng) thì áp suất trong bình là  $P_1$  :

$$P_1 (V + V_0) = P_0 \cdot V \quad (1)$$

• Sau lần thứ 2 bơm hút, áp suất trong bình là  $P_2$  :

$$P_2 (V + V_0) = P_1 \cdot V \quad (2)$$

• Sau lần thứ 3 ...,  $n$  thì áp suất trong bình là  $P_3, \dots, P_n$ .

$$P_3 (V + V_0) = P_2 \cdot V \quad (3)$$

$$P_n (V + V_0) = P_{n-1} \cdot V \quad (n)$$

• Nhân các phương trình (1), (2), ... (n) về với về, ta được :

$$P_n (V + V_0)^n = P_0 \cdot V^n \Rightarrow P_n = P_0 \left( \frac{V}{V + V_0} \right)^n$$

$$\bullet \text{ Với } n = 5 : P_n = 10^5 \left( \frac{1}{1,2} \right)^5 \approx 4,02 \cdot 10^4 (\text{N/m}^2).$$

**329** Ở áp suất  $P_0 = 1 \text{at}$ , khối lượng riêng của không khí là  $D_0 = 1,29 \text{kg/m}^3$ . Hỏi ở áp suất  $P = 1,5 \text{at}$  thì khối lượng riêng của không khí là bao nhiêu, cho rằng không khí được nén đẳng nhiệt.

**Hướng dẫn**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Áp suất } P_0, \text{ thể tích } V_0: D_0 = \frac{m}{V_0} \\ \text{Áp suất } P, \text{ thể tích } V: D = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D_0}{D} = \frac{V}{V_0} \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Nén đẳng nhiệt: } P_0 V_0 = P \cdot V \Rightarrow \frac{P_0}{P} = \frac{V}{V_0} \quad (2)$$

$$\bullet (1) \text{ và } (2) \text{ cho: } D = \frac{P}{P_0} \cdot D_0 = 1,935 \text{ (kg/m}^3\text{)}.$$

**330** Một bình có thể tích  $V = 1 \text{l}$  chứa không khí ở áp suất khí quyển là  $P_0 = 10^5 \text{N/m}^2$ . Sau đó rút bớt không khí ra cho trọng lượng bình khí giảm đi  $F = 0,01 \text{N}$ . Hỏi áp suất không khí còn lại trong bình. Biết trọng lượng riêng của không khí ở áp suất khí quyển là  $d = 1,29 \text{N/m}^3$  và quá trình rút không khí không làm nhiệt độ thay đổi.

**Hướng dẫn**

- Thể tích khí đã rút ra (ở điều kiện khí quyển):

$$\Delta V = \frac{F}{d} = 0,775 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} = 0,775 \text{ (l)}$$

- Thể tích khí còn lại trong bình (ở điều kiện áp suất khí quyển)

$$V_1 = V - \Delta V = 0,225 \text{ (l)}$$

- Ứng với thể tích  $V$  toàn bộ lượng khí còn lại có áp suất  $P_1$ :

$$P_1 \times V = P_0 \cdot V_1$$

$$P_1 = P_0 \cdot \frac{V_1}{V} = 0,225 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}.$$

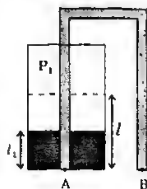
**331** Một bình được đáy kín miệng, cao  $2l = 70 \text{cm}$  chứa thủy ngân. Để thủy ngân chảy ra ngoài ta dùng ống xy phông với miệng ống B cùng độ cao với đáy bình A (hình vẽ).

Lúc đầu chiều cao mức thủy ngân trong bình  $l = 35 \text{cm}$ , áp suất không khí trong bình là áp suất khí quyển  $P_0$ .

Khi ngừng chảy, chiều cao mức thủy ngân trong bình  $l_1 = 21 \text{cm}$ , áp suất không khí trong bình là  $P_1$ . Tính  $P_1$ .

**Hướng dẫn**

- Ngừng chảy khi áp suất Hg tại miệng ống B bằng



áp suất khí quyển  $P_0$  và :  $P_A = P_B = P_0$

$$P_1 + l_1 = P_0 \Rightarrow P_1 = P_0 - l_1$$

• Có :  $P_1 V_1 = P_0 V_0$

$$(P_0 - l_1)(2l - l_1) = P_0 \times l \Rightarrow P_0 = \frac{l_1(2l - l_1)}{l - l_1} = 73,5 \text{ cmHg}$$

$$P_1 = 52,5 \text{ cmHg.}$$

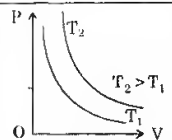
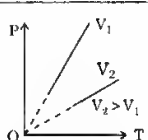
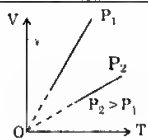
## Chủ đề XY

### PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI KHÍ LÝ TƯỞNG

#### I. Phương trình trạng thái khí lý tưởng

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{hay } \frac{PV}{T} = \text{Const}$$

Đẳng nhiệt ( $T_1 = T_2$ )	Đẳng tích ( $V_1 = V_2$ )	Đẳng áp ( $P_1 = P_2$ )
$P_1 V_1 = P_2 V_2$	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
		

#### II. Phương trình Mendeleev - Clapeyron

$$P \cdot V = \frac{m}{M} R \cdot T = n \cdot R \cdot T$$

- Nếu  $P$  : N/m<sup>2</sup> ;  $V$  : m<sup>3</sup> thì  $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$
- Nếu  $P$  : at ;  $V$  : lit thì  $R = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ at.l/mol.K}$

## BÀI TẬP MẪU

### ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI

**332** Trong xy lanh 1 động cơ đốt trong, hỗn hợp khí lúc đầu có áp suất 1at, nhiệt độ 57°C và thể tích 150cm<sup>3</sup>. Pittông nén hỗn hợp này đến thể tích 30cm<sup>3</sup> và áp suất lúc đó là 10at. Tính nhiệt độ của hỗn hợp khí lúc cuối.

### Giải

Áp dụng phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

Với :  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet T_1 = 57 + 273 = 330K \\ \bullet P_2 = 1 \text{ oat} \\ \bullet P_1 = 1 \text{ at} \\ \bullet V_2 = 30\text{cm}^3 \\ \bullet V_1 = 150\text{cm}^3 \end{array} \right.$

Nên :  $T_2 = 330 \times \frac{10}{1} \times \frac{30}{150} = 660K$

Vậy :  $T_2 = 660 - 273 = 387^\circ C$ .

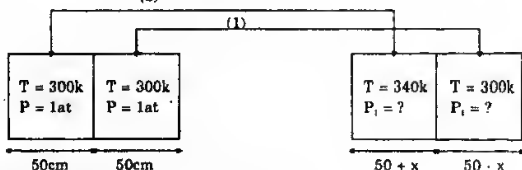
### TÍNH ĐỘ DỊCH CỦA PITTÔNG KHI NHIỆT ĐỘ Ở MỘT ĐẦU XILANH TĂNG LÊN

**333** Một xilanh đặt nằm ngang. Một pittông cách nhiệt, lúc đầu cách đều hai đầu xilanh khoảng  $l = 50\text{cm}$  và không khí chứa trong xilanh có nhiệt độ  $27^\circ C$ , áp suất 1at. Sau đó không khí ở đầu bên trái được nung lên đến  $67^\circ C$  thì pittông dịch đi khoảng  $x$ . Bỏ qua ma sát giữa pittông và xilanh.



Tính  $x$  và áp suất trong bình sau khi pittông dịch chuyển.

### (2) Giải



• Quá trình (1) cho :  $P.V = P_1 V'$   
 $1 \times 50S = P_1 (50 - x)S$   
 $50 = 50P_1 - P_1 x$  (1)

• Quá trình (2) cho :  $\frac{P.V}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$   
 $\frac{1 \times 50S}{T} = \frac{P_1 (50 + x)S}{340}$



$$\Rightarrow \frac{170}{3} = 50P_1 + P_1x \quad (2)$$

$$\bullet (1) + (2) \Rightarrow 50 + \frac{170}{3} = 100P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{3,2}{3} \approx 1,067 \text{at}$$

$$\bullet (1) \Rightarrow 50 = (50 - x) \cdot \frac{3,2}{3} \Rightarrow x = 3,125 \text{cm.}$$

### TÍNH ĐỘ DỊCH CHUYỂN CỦA GIỌT THỦY NGÂN TRONG ỐNG NỐI GIỮA HAI BÌNH KHÍ KHI NHIỆT ĐỘ THAY ĐỔI

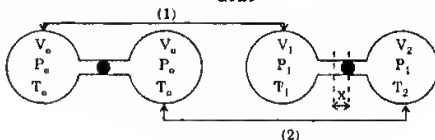
**134** Hai bình cầu giống nhau bằng thủy tinh, mỗi bình có thể tích  $197 \text{cm}^3$  được nối với nhau bằng ống dài  $l = 30 \text{cm}$  nằm ngang, tiết diện  $S = 0,2 \text{cm}^2$ .

Ngăn cách không khí ở 2 bình bằng giọt thủy ngân.

Ở  $0^\circ\text{C}$  giọt thủy ngân nằm chính giữa ống. Hỏi nếu nhiệt độ một bình là  $t_1 = 3^\circ\text{C}$  và bình kia là  $t_2 = -3^\circ\text{C}$  thì giọt thủy ngân dịch chuyển đi bao nhiêu? Biết rằng với nhiệt độ thấp, thể tích bình và ống coi như không đổi.



**Giải**



$$\bullet \text{ Thể tích ống nối : } S \times l = 0,2 \times 30 = 6 (\text{cm}^3)$$

$$\bullet \text{ Quá trình biến đổi (1) : } \frac{V_0 P_0}{T_0} = \frac{V_1 P_1}{T_1} \quad (1)$$

$$\text{Quá trình biến đổi (2) : } \frac{V_0 P_0}{T_0} = \frac{V_2 P_1}{T_2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{V_1 P_1}{T_1} = \frac{V_2 P_1}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1 + V_2}{T_1 + T_2}$$

$$\text{Với : } \begin{cases} V_1 + V_2 = 2V_0 = 2(197 + 3) = 2 \times 200 (\text{cm}^3) \\ T_1 + T_2 = (3 + 273) + (-3 + 273) = 2 \times 273 \text{K} \end{cases}$$

$$\text{nên: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{2 \times 200}{2 \times 273} = \frac{200}{273} \Rightarrow V_1 = \frac{200}{273} T_1 = \frac{200}{273} (3 + 273) \approx 202,2 \text{cm}^3$$

$\bullet$  Thể tích khí trong bình và phần ống bên trái đã tăng

$$\Delta V = V_1 - V_0 = 2,2 (\text{cm}^3) \Rightarrow x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{2,2}{0,2} = 11 \text{cm.}$$

## CHIỀU CAO CỘT THỦY NGÂN TRONG ỐNG TORICELLI PHỤ THUỘC THEO NHIỆT ĐỘ

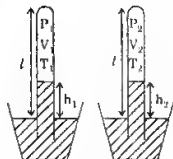
**335** Một ống Toricelli của áp kế khí quyển có chiều cao (phần ló ngoài thủy ngân) là  $l \approx 1\text{m}$ . Vì có không khí lọt vào đầu trên của ống nên áp kế đã chỉ sai : ở áp suất khí quyển  $P_0 \approx 76\text{cmHg}$ , nhiệt độ  $t_1 = 47^\circ\text{C}$ , áp kế chỉ  $h_1 = 32\text{cm}$ . Hỏi cùng ở áp suất khí quyển ấy nhưng nhiệt độ  $t_2 = 27^\circ\text{C}$  thì áp kế chỉ  $h_2$  bằng bao nhiêu ?

*Giải*

$$\text{Có : } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{Với : } \begin{cases} \bullet P_1 = P_0 - h_1 = 76 - 32 = 44\text{cmHg} \\ \bullet V_1 = (l - h_1)S = (100 - 32)S = 68S \\ \bullet T_1 = 273 + 47 = 320\text{K} \end{cases}$$

$$\text{Và : } \begin{cases} \bullet P_2 = 76 - h_2 \\ \bullet V_2 = (100 - h_2)S \\ \bullet T_2 = 273 + 27 = 300\text{K} \end{cases}$$



$$\text{nên : } \frac{44 \times 68S}{320} = \frac{(76 - h_2)(100 - h_2)S}{300} \Rightarrow h_2^2 - 176h_2 + 4795 = 0$$

$$\Delta' = 7744 - 4795 \approx 54,3^2$$

$$h_2 = 88 \pm 54,3 = \begin{cases} 142,3(\text{cm}) > 100(\text{cm}) \\ 33,7(\text{cm}) \end{cases}$$

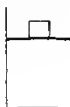
$$\text{Vậy : } h_2 = 33,7 (\text{cm}).$$

## PITTÔNG DỊCH CHUYỂN LÀM NHIỆT ĐỘ KHÔNG KHÍ TRONG XILANH THAY ĐỔI

**336** Một xilanh đặt thẳng đứng có pittông nhẹ, lúc đầu cách đáy xilanh 60cm, chứa không khí ở áp suất khí quyển  $P_0 \approx 76\text{cmHg}$  và nhiệt độ  $20^\circ\text{C}$ . Đặt lên pittông 1 quả cân có trọng lượng  $F = 408\text{N}$  thì pittông hạ xuống và dừng lại khi cách đáy 50cm.

Tính nhiệt độ của không khí khi pittông hạ xuống.

Biết diện tích pittông là  $S = 100\text{cm}^2$  và trọng lượng riêng của thủy ngân là  $d = 13,6 \cdot 10^4 \text{N/m}^3$ .

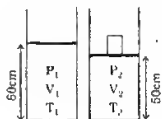


*Giải*

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Áp suất do quả cân gây ra : } \frac{F}{S} &= \frac{408\text{N}}{0,01\text{m}^2} = 4,08 \cdot 10^4 \text{N/m}^2 \\ &= \frac{4,08 \cdot 10^4 \text{N/m}^2}{13,6 \cdot 10^4 \text{N/m}^3} = 0,3\text{mHg} = 30\text{cmHg} \end{aligned}$$

$$P_2 = P_a + \frac{F}{S} = 76 + 30 = 106 \text{ cmHg}$$

Phương trình trạng thái :  $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$



$$\Rightarrow T_2 = T_1 \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

$$= 293 \times \frac{106}{76} \times \frac{50}{60} \approx 340,55 \text{ K}$$

Hay :  $t_2 = 340,55 - 273 = 67,55^\circ \text{ C}$ .

### ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH MENDELEEV – CLAPEYRON ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH

**337** Có 10g ôxy ở nhiệt độ  $20^\circ \text{C}$ .

1. Tính thể tích khối khí khi áp suất khối khí là :

a)  $P = 2 \text{ at}$

b)  $P = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

2. Với áp suất  $P = 2 \text{ at}$  ta đun nóng đẳng áp khối khí tới thể tích  $V = 10 \text{ l}$ . Tính nhiệt độ khối khí sau khi đun nóng.

*Giải :*

1. Thể tích khối khí : Áp dụng phương trình Mendeleev – Clapeyron :

$$PV = \frac{m}{M} R \cdot T \Rightarrow V = \frac{m}{M} \frac{RT}{P}$$

a)  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ với } P = 2 \text{ at thì dùng :} \\ \bullet R = 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{at.l}}{\text{mol.K}} \\ \bullet m = 10 \text{ g} \\ \bullet M = 32 \text{ g/mol} \\ \bullet T = 273 + 20 = 293 \text{ K} \end{array} \right.$

Ta được :  $V = \frac{10 \text{ g}}{32 \text{ g/mol}} \times \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{at.l}}{\text{mol.K}} \times 293 \text{ K}}{2 \text{ at}} = 3,75 \text{ l}$

b)  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ với } P = 1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ thì dùng} \\ \bullet R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \\ \bullet m = 10 \text{ g} \\ \bullet M = 32 \text{ g/mol} \\ \bullet T = 293 \text{ K} \end{array} \right.$

$$\text{Ta được: } V = \frac{10g}{32 \frac{g}{mol}} \times \frac{8,31 \frac{J}{mol.K} \times 293K}{1,5 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} \approx 507 \cdot 10^{-6} m^3$$

$$V = 5,07l.$$

2. Tính nhiệt độ khối khí sau khi hơi nóng :

$$\text{Quá trình đẳng áp nên: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 293 \cdot \frac{10l}{3,754l} \approx 780,5K$$

$$t_2 = 507,5^\circ C.$$

## DỰA VÀO PHƯƠNG TRÌNH MENDELEEV - CLAPEYRON

### ĐỂ ĐỊNH TÊN CỦA KHỐI KHÍ

**338** Một chất khí có khối lượng  $m = 1,025g$  ở nhiệt độ  $27^\circ C$  có áp suất  $0,5at$  và thể tích  $1,8l$ .

a) Hỏi khí đó là khí gì ?

b) Vẫn ở  $27^\circ C$ , với  $10g$  khí nói trên và có thể tích  $5l$  thì áp suất là bao nhiêu ?

### Giải

1. Định tên của khí :

$$\text{Áp dụng: } PV = \frac{m}{M} RT \quad (*) \Rightarrow M = \frac{mRT}{PV}$$

$$\text{Với: } \begin{cases} \bullet m = 1,025g \\ \bullet R = 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{at.l}{mol.K} \\ \bullet T = 273 + 27 = 300K \\ \bullet P = 0,5at \\ \bullet V = 1,8l \end{cases}$$

$$\text{nên: } M = \frac{1,025 \times 8,2 \cdot 10^{-2} \times 300}{0,5 \times 1,8} = 28 g/mol$$

Vậy : đó là khí Nitơ ( $N_2 = 28$ ).

2. Áp suất của  $10g$  khí :

$$(*) \Rightarrow P = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = \frac{10}{28} \times \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 300}{5} \approx 1,757at.$$

### TÍNH LƯỢNG KHÍ THOÁT RA KHỎI PHÒNG DO NHIỆT ĐỘ TĂNG

**339** Trong một phòng thể tích  $30\text{m}^3$ , nhiệt độ tăng từ  $17^\circ\text{C}$  đến  $27^\circ\text{C}$ , khí đó khối lượng khí trong phòng thay đổi đi bao nhiêu, nếu áp suất khí quyển lấy bằng 1at. Coi không khí như một chất khí có khối lượng mol  $M = 29\text{g/mol}$ .

*Giải*

Vì phòng không kín đối với không khí nên áp suất khí trong phòng luôn bằng áp suất khí quyển, còn thể tích khí là thể tích phòng, do đó ta có :

- Ở nhiệt độ  $t_1 = 17^\circ\text{C}$  :  $PV = \frac{m_1}{M} RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{P \cdot V \cdot M}{RT_1}$

- Ở nhiệt độ  $t_2 = 27^\circ\text{C}$  :  $PV = \frac{m_2}{M} RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{P \cdot V \cdot M}{RT_2}$

- Lượng khí thay đổi  $\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{PVM}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet P = 1\text{at} \\ \bullet V = 30\text{m}^3 = 3 \cdot 10^4 \text{ l} \\ \bullet M = 29\text{g/mol} \\ \bullet R = 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{at} \cdot \text{l}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \\ \bullet T_1 = 17 + 273 = 290\text{K} \\ \bullet T_2 = 27 + 273 = 300\text{K} \end{array} \right.$$

$$\text{nên } \Delta m = \frac{1 \times 3 \cdot 10^4 \times 29}{8,2 \cdot 10^{-2}} \left( \frac{1}{290} - \frac{1}{300} \right) = 1,22 \cdot 10^3 (\text{g}) = 1,22 (\text{kg}).$$

### TÍNH KHỐI LƯỢNG RIÊNG CHẤT KHÍ

**340** Không khí tại mặt đất có áp suất  $P_1 = 76\text{cmHg}$ , nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$  và khối lượng riêng là  $1,29\text{kg/m}^3$ .

Hỏi tại đỉnh núi có áp suất không khí là  $P_2 = 38\text{cmHg}$ , nhiệt độ  $7^\circ\text{C}$  thì khối lượng riêng của không khí là bao nhiêu ?

*Giải*

- Ta xét 1 lượng không khí nhất định có khối lượng  $m$  thì với áp suất và nhiệt độ tại mặt đất, nó chiếm thể tích  $V_1$  cho bởi :

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$$

$$\text{Khối lượng riêng : } D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{P_1 M}{RT_1}$$

- Với điều kiện áp suất và nhiệt độ tại đỉnh núi nó chiếm thể tích  $V_2$  :

$$P_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2$$

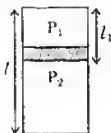
$$\text{Khối lượng riêng: } D_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{P_2 M}{R T_2}$$

- Lập tỉ số:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow D_2 = D_1 \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} = 1,29 \cdot \frac{38}{76} \cdot \frac{300}{280} \approx 0,69 \text{ kg/m}^3.$$

### ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH $PV = nRT$

**341** Một bình kín hình trụ đặt thẳng đứng có chiều dài  $l$  được chia thành hai ngăn nhờ một pittông nặng và cách nhiệt (H vẽ). Ngăn trên chứa 1 mol khí, ngăn dưới chứa 3 mol khí. Khi khí ở hai ngăn đều cùng một nhiệt độ  $t_1$  thì pittông cách đều trên của bình khoảng  $l_1 = 0,4l$ . Gọi  $P_0$  là áp suất của riêng pittông gây ra lên chất khí ngăn dưới.



- a) Tính áp suất  $P_1$  và  $P_2$  của không khí trong hai ngăn theo  $P_0$ .

- b) Giữ nhiệt độ ngăn trên vẫn là  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  thì nhiệt độ ngăn dưới là bao nhiêu để pittông cách đều hai đầu bình.

**Giải**

- a) Áp suất  $P_1$  và  $P_2$  ở 2 ngăn:

Áp dụng phương trình  $PV = nRT$ , ta có:

$$\begin{aligned} P_1 V_1 &= R T_1 \\ P_1 \times 0,4lS &= R T_1 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{và: } P_2 V_2 &= 3R T_1 \\ P_2 \cdot 0,6lS &= 3R T_1 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Lập tỉ số: } \frac{0,4P_1}{0,6P_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow P_2 = 2P_1$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác: } P_2 &= P_1 + P_0 \\ 2P_1 &= P_1 + P_0 \Rightarrow P_1 = P_0 \text{ và } P_2 = 2P_0. \end{aligned}$$

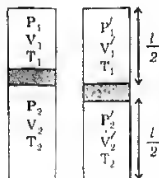
- b) Nhiệt độ ngăn dưới  $T_2$  để pittông cách đều hai đầu bình:

- Biến đổi trạng thái khí ở ngăn trên là biến đổi đẳng nhiệt nên:

$$P'_1 V'_1 = P_1 V_1$$

$$P'_1 \times 0,5lS = P_1 \times 0,4lS$$

$$\Rightarrow P'_1 = 0,8P_1 = 0,8P_0$$



- Biến đổi trạng thái ở ngăn dưới :  $\frac{P_2' V_2'}{T_2} = \frac{P_2 V_2}{T_1}$

$$\Rightarrow P_2' = P_2 \times \frac{V_2}{V_2'} \times \frac{T_2}{T_1} = 2P_0 \times \frac{0,6/S}{0,5S} \times \frac{T_2}{T_1} = 2,4P_0 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

- Mà :  $P_2' = P_1 + P_0$

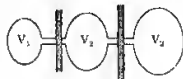
$$2,4P_0 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,8P_0 + P_0 = 1,8P_0$$

$$\Rightarrow T_2 = 0,75T_1 = 0,75 \times 300 = 225K.$$

### SỰ DI CHUYỂN KHÍ TRONG CÁC BÌNH THÔNG NHAU KHI CÓ SỰ THAY ĐỔI NHIỆT ĐỘ

**342** Có 3 bình thể tích  $V_1, V_2, V_3$  mà  $V_3 = 1,5V_2 = 3V_1$  thông với nhau nhưng cách nhiệt. Lúc đầu cùng cùng nhiệt độ  $600K$ . Sau đó nhiệt độ bình 1 là  $T_1 = 300K$ , bình 2 là  $T_2 = 1800K$ .

Hỏi nhiệt độ bình 3 phải là bao nhiêu để áp suất trong bình vẫn giống như lúc đầu.



*Giải*

- Thể tích 3 bình :  $V = V_1 + V_2 + V_3 = V_1 + 2V_1 + 3V_1 = 6V_1$

- Lúc ban đầu :  $P(6V_1) = n.R.T_0$

$$\Rightarrow n = \frac{6PV_1}{RT_0} = \frac{6}{600} \cdot \frac{PV_1}{R} = \frac{1}{100} \cdot \frac{PV_1}{R}$$

- Lúc sau : số mol khí trong các bình lần lượt là :

$$n_1 = \frac{PV_1}{RT_1} = \frac{1}{300} \cdot \frac{PV_1}{R}$$

$$n_2 = \frac{PV_2}{RT_2} = \frac{P(2V_1)}{R(1800)} = \frac{1}{900} \cdot \frac{PV_1}{R}$$

$$n_3 = \frac{PV_3}{RT_3} = \frac{P(3V_1)}{RT_3} = \frac{3}{T_3} \cdot \frac{PV_1}{R}$$

- Khi nhiệt độ thay đổi có sự di chuyển khí trong bình nhưng tổng số mol không đổi :

$$n = n_1 + n_2 + n_3$$

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{PV_1}{R} = \left( \frac{1}{300} + \frac{1}{900} + \frac{3}{T_3} \right) \frac{PV_1}{R}$$

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{300} + \frac{1}{900} + \frac{3}{T_3} \Rightarrow T_3 = 540K.$$

## PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI KẾT HỢP VỚI LỰC ĐẨY ARCHIMÈDE CỦA KHÔNG KHÍ

**343** 1. Tính khối lượng riêng của không khí và khí  $H_2$  ở áp suất và nhiệt độ của khí quyển:  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ . Biết khối lượng mol của không khí là  $M = 29 \text{ g/mol}$ .

2. Bơm khí  $H_2$  vào quả bóng sao cho bóng lơ lửng. Khối lượng vỏ quả bóng là  $m = 2 \text{ g}$ . Tính thể tích quả bóng. Cho rằng áp suất và nhiệt độ khí  $H_2$  trong quả bóng cũng là áp suất và nhiệt độ khí quyển ( $P_0$  và  $T_0$  ở câu 1). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Giải**

1. *Khối lượng riêng không khí và khí  $H_2$ :*

$$\text{Từ: } P_0 V = \frac{m}{M} RT_0 \Rightarrow D = \frac{m}{V} = \frac{P_0 M}{RT_0}$$

• Không khí:  $D_{KK} = \frac{P_0 \cdot M_{KK}}{R \cdot T_0}$

$$\text{Với: } \begin{cases} \bullet P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2 \\ \bullet M_{KK} = 29 \text{ g/mol} = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \\ \bullet R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \\ \bullet T_0 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases}$$

$$\text{nên: } D_{KK} = \frac{10^5 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = 1,163 \text{ (kg/m}^3\text{)}.$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Khí } H_2: D_{H_2} &= \frac{P_0 \cdot M_{H_2}}{R \cdot T_0} \quad \text{với } M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \\ &= \frac{10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = 0,080 \text{ (kg/m}^3\text{)}. \end{aligned}$$

2. *Thể tích quả bóng khi nó lơ lửng:*

Quả bóng lơ lửng khi trọng lượng vỏ và khí  $H_2$  trong quả bóng bằng với lực đẩy Archimède:

• Trọng lượng vỏ:  $10 \cdot m = 10 \times 2 \cdot 10^{-3} \text{ (N)}$

• Trọng lượng khí  $H_2$ :  $10 \times (V \cdot D_{H_2}) = 10 \times 0,080 V$

• Lực đẩy Archimède:  $V \times (10 D_{KK}) = 10 \times 1,163 \cdot V$

Vậy:  $10 \times 2 \cdot 10^{-3} = -10 \times 0,08 V + 10 \times 1,163 V$

$$2 \cdot 10^{-3} = -0,08 V + 1,163 V$$

$$\Rightarrow V = 1,847 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} = 1,847 \text{ (l)}$$



## SỰ CÂN BẰNG CỦA PITTÔNG DƯỚI ÁP LỰC CỦA KHÍ VÀ CỦA LỰC ĐÀN HỒI

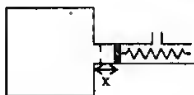
**344** Một bình có thể tích  $V$  chứa 1 mol khí lí tưởng và một cái van bảo hiểm là một xilanh rất nhỏ so với bình, trong có một pittông diện tích  $S$ , giữ bằng lò xo có độ cứng  $K$  (HV). Khi nhiệt độ là  $T_1$  thì pittông ở cách lỗ thoát một khoảng  $l$ . Nhiệt độ của khí tăng tới giá trị  $T_2$  nào thì khí thoát ra ngoài?



Chỉ chú cho học sinh đầu năm lớp 10 : Khi lò xo co (hoặc giãn) 1 khoảng  $x$  thì nó sinh ra một lực :  $F = K.x$

(Đề thi chọn HS giỏi toàn quốc - 1986)

**Giải**



- Lúc đầu : Áp suất của khí :  $P_1 = \frac{RT_1}{V}$

$$\text{Áp lực của khí lên pittông : } F_1 = P.S = \frac{RT_1}{V}.S$$

$$\text{Áp lực của không khí lên pittông : } F_2 = P_0.S$$

$$\text{Lực đàn hồi của lò xo do co lại khoảng } x : F_3 = K.x$$

$$\text{Lúc pittông cân bằng : } F_1 = F_2 + F_3$$

$$\frac{RT_1}{V}.S = P_0.S + K.x \quad (1)$$

- Khí thoát ra ngoài khi lò xo co lại thêm khoảng  $l$  nên tương tự như (1)

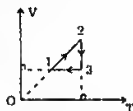
$$\text{ta có : } \frac{RT_2}{V}.S = P_0.S + K(x + l) \quad (2)$$

$$\bullet (2) - (1) \Rightarrow \frac{RS}{V}(T_2 - T_1) = K.l \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{KlV}{R.S}$$

## CHUYỂN ĐỔI THỊ TRONG HỆ TỌA ĐỘ NÀY SANG HỆ TỌA ĐỘ KHÁC

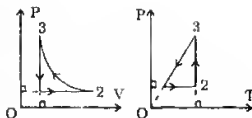
**345** Hình vẽ sau đây cho biết đồ thị thay đổi trạng thái của khí lí tưởng trong hệ tọa độ  $(V, T)$ . Hãy biểu thị quá trình này thành các đồ thị trong hệ tọa độ  $(P, V)$  và  $(P, T)$ .

**Giải**



- Quá trình biến đổi từ trạng thái (1)  $\rightarrow$  (2) là quá trình đẳng áp (vì đồ thị trong hệ tọa độ  $V - T$  qua gốc O).

- Quá trình biến đổi từ (2) → (3) là đẳng nhiệt.
- Quá trình biến đổi từ (3) → (1) là đẳng tích. Do đó đồ thị trong hệ tọa độ (P, V) và (P, T) được diễn tả như 2 hình bên.

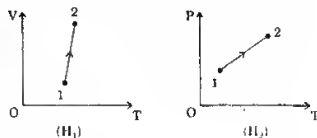


### DỰA VÀO ĐỒ THỊ ĐỂ TÌM SỰ THAY ĐỔI THÔNG SỐ TRẠNG THÁI CHƯA BIẾT

**346** Nung nóng 1 khối khí nhất định, ta vẽ được đồ thị của chúng theo 1 trong 2 đồ thị như sau :

Dựa vào đồ thị và định luật Boyle - Mariotte, hãy tìm xem trong thời gian nung nóng khí:

- (H<sub>1</sub>) : áp suất khí tăng hay giảm?
- (H<sub>2</sub>) : khí bị nén hay giãn?



**Giải**

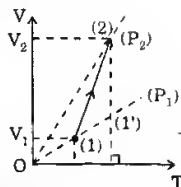
a) H<sub>1</sub> : áp suất khí tăng hay giảm ?

- (OP<sub>1</sub>) và (OP<sub>2</sub>) là các đường đẳng áp có áp suất P<sub>1</sub> và P<sub>2</sub>
- (2) và (1') đẳng nhiệt nên :

$$P_2 V_2 = P_1 V_1'$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1'}{V_2} < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{P_2 < P_1} : \text{Áp suất khí giảm.}$$



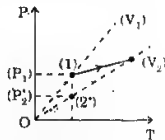
b) H<sub>2</sub> : Khí bị nén hay giãn :

- (OV<sub>1</sub>) và (OV<sub>2</sub>) là các đường đẳng tích có thể tích V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub>.
- (1) và (2') đẳng nhiệt nên :

$$P_1 V_1 = P_2' V_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2'}{P_1} < 1$$

$$\Rightarrow V_1 < V_2 : \text{Đãn khí.}$$



### ĐỒ THỊ CỦA KHỐI LƯỢNG RIÊNG THEO ÁP SUẤT HOẶC NHIỆT ĐỘ

**347** Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến đổi :

a) Của khối lượng riêng theo nhiệt độ T trong quá trình biến đổi đẳng áp (vẽ 2 đường ứng với 2 áp suất khác nhau).

b) Của khối lượng riêng theo áp suất trong quá trình đẳng nhiệt (Vẽ 2 đường ứng với 2 nhiệt độ khác nhau).

**Giải**

$$\text{Từ } PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow D = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$$

a) Biến đổi đẳng áp :  $D = \frac{PM}{R} \cdot \frac{1}{T}$

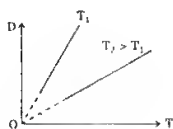
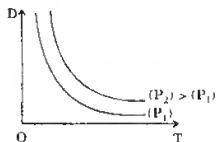
trong đó  $\frac{PM}{R}$  không đổi; T thay đổi nên

đồ thị là đường hyperbol (giống như  $y = \frac{a}{x}$ )

b) Biến đổi đẳng nhiệt :  $D = \frac{M}{RT} \times P$

Trong đó :  $\frac{M}{RT}$  không đổi; P thay đổi

nên đồ thị là đường thẳng qua gốc O (giống như  $y = a.x$ )



### CHUYỂN ĐỒ THỊ TỪ HỆ TỌA ĐỘ (T, V) SANG HỆ TỌA ĐỘ (P, V)

**348** Một mol khí lí tưởng thực hiện một quá trình biến đổi được biểu diễn bằng nhánh parabol qua điểm A ( $V_0$ ,  $T_0$ ) (Hình vẽ).

Vẽ đồ thị của P theo V trong quá trình biến đổi trên.

**Giải**

- Đồ thị là nhánh Parabol qua O nên có dạng tổng quát :

$$T = a.V^2 \quad (\text{giống } y' = a.x^2)$$

Đồ thị qua A nên :  $T_0 = a.V_0^2 \Rightarrow a = \frac{T_0}{V_0^2}$

Vậy :  $T = \frac{T_0}{V_0^2} V^2$  (1)

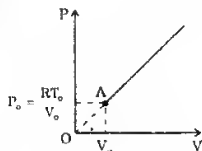
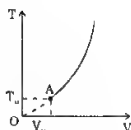
- Có :  $PV = R.T$  (với  $n = 1\text{mol}$ ) (2)

(1) và (2) cho :  $PV = R \cdot \frac{T_0}{V_0^2} V^2$

$$\Rightarrow P = \frac{RT_0}{V_0^2} V$$

Trong đó  $\frac{RT_0}{V_0^2}$  không đổi nên đồ thị là đường

thẳng qua gốc O trong hệ tọa độ (P, V).



## DỰA VÀO ĐỒ THỊ XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ TRẠNG THÁI

**349** Một mol khí lí tưởng thực hiện chu trình 1 - 2 - 3 - 4 như hình vẽ trong đó :  $P_1 = 1 \text{at}$  ;  $T_1 = 300\text{K}$  ;  $T_2 = 600\text{K}$  ;  $T_3 = 1200\text{K}$ .

Xác định đầy đủ các thông số ở mỗi trạng thái.

**Giải**

• Trạng thái 1 :

$$+ P_1 = 1 \text{at}$$

$$+ T_1 = 300\text{K}$$

$$+ V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 300}{1} = 24,6 \text{ (l)}$$

• Trạng thái 2 :

$$+ P_2 = 1 \text{at}$$

$$+ T_2 = 600\text{K}$$

$$+ V_2 = \frac{RT_2}{P_2} = \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 600}{1} = 49,2 \text{ l}$$

• Trạng thái 3 :

$$+ V_3 = V_2 = 49,2 \text{ l} \quad (2 \sim 3 \text{ là biến đổi đẳng tích})$$

$$+ T_3 = 1200\text{K}$$

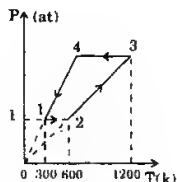
$$+ P_3 = \frac{RT_3}{V_3} = \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 1200}{49,2} = 2 \text{at}$$

• Trạng thái 4 :

$$+ P_4 = P_3 = 2 \text{at}$$

$$+ V_4 = V_1 = 24,6 \text{ l} \quad (1 - 4 \text{ là biến đổi đẳng tích})$$

$$+ T_4 = \frac{P_4 V_4}{R} = \frac{2 \times 24,6}{8,2 \cdot 10^{-2}} = 600\text{K}$$



## BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**350** Một xilanh cách nhiệt đặt thẳng đứng với pittông nhẹ, diện tích  $S = 20\text{cm}^2$  có thể trượt không ma sát. Khí đứng yên pittông cách đáy xilanh 50cm. Nhiệt độ không khí chứa trong xilanh là  $27^\circ\text{C}$ . Đặt lên pittông 1 quả cân có trọng lượng  $F = 50\text{N}$  thì pittông di chuyển và khi pittông cách đáy 45cm thì nó dừng lại. Áp suất khí quyển là  $P_0 = 10^5\text{N/m}^2$ .

a) Tính nhiệt độ của không khí trong xilanh sau khi pittông dịch chuyển.

b) Để pittông trở về vị trí cũ (quả cân vẫn đặt trên pittông) thì nhiệt độ không khí trong xilanh phải là bao nhiêu ?

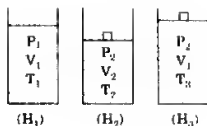
### Hướng dẫn

$$(H_1) \text{ và } (H_2): T_2 = T_1 \cdot \frac{P_2}{P_0} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

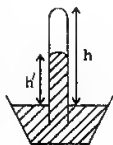
$$\text{Với } P_2 = P_0 + \frac{F}{S} = 12,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$\text{nên: } T_2 = 337,5 \text{ K}$$

$$(H_1) \text{ và } (H_3): T_3 = T_1 \times \frac{P_2}{P_0} = 375 \text{ K}$$



**351** Một ống thủy tinh trong có chứa khí ở  $0^\circ\text{C}$ . Đầu trên kín, đầu dưới hở được ấn vào chậu thủy ngân sao cho chiều cao ống trên mặt thủy ngân là  $h = 20\text{ cm}$ . Ở  $0^\circ\text{C}$  cột thủy ngân trong ống cao  $h' = 10\text{ cm}$ . Để mực thủy ngân trong và ngoài ống ngang nhau thì nhiệt độ khí trong ống phải là bao nhiêu? Biết áp suất khí quyển là  $P_0 = 76\text{ cmHg}$  và coi chiều cao ống trên mặt thủy ngân của chậu là không đổi.



### Hướng dẫn

$$(H_1) \text{ và } (H_2): T_2 = T_1 \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \quad \begin{cases} P_2 = P_0 = 76\text{ cmHg} \\ P_1 = P_0 - h' = 66\text{ cmHg} \end{cases}$$

$$(H_1) \text{ và } (H_3): T_3 = 273 \times \frac{76}{66} \times \frac{20}{10} = 628,7 \text{ K}$$

**352** Khi đun nóng đẳng tích một khối khí thêm  $600\text{ K}$  thì áp suất tăng lên 3 lần so với ban đầu. Tính nhiệt độ ban đầu.

### Hướng dẫn

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2 - P_1}{T_2 - T_1} = \frac{2P_1}{600} \Rightarrow T_1 = 300 \text{ K}$$

**353** Một ống hình chữ U tiết diện đều, trong có chứa Hg. Đầu nhánh A được hàn kín chứa không khí, đầu nhánh B để hở. Áp suất khí quyển là  $P_0 = 76\text{ cmHg}$ . Lúc nhiệt độ không khí trong ống là  $27^\circ\text{C}$  thì chiều cao cột không khí ở nhánh A là  $30\text{ cm}$  và 2 mực thủy ngân trong 2 nhánh ngang nhau (Hình vẽ).



Hỏi khi nhiệt độ không khí trong ống là  $127^\circ\text{C}$  thì 2 mực thủy ngân chênh nhau bao nhiêu?

### Hướng dẫn

$$(H_1) \text{ và } (H_2): \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T}$$

$$\frac{76 \times 30}{300} = \frac{(76 + 2h)(30 + h)}{400}$$

- $h^2 + 68h - 380 = 0$ . Chỉ nhận  $h = 5,2$  (cm)
- 2 mực Hg chênh :  $2h = 10,4$  (cm).

**354** Áp suất tăng thêm 0,25 lần áp suất đầu. Thể tích giảm đi 0,3 lần thể tích đầu. Hỏi nhiệt độ sau tăng hay giảm bao nhiêu so với nhiệt độ đầu.

#### Hướng dẫn

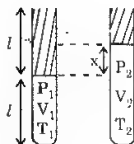
- Áp suất sau :  $P = P_0 + 0,25P_0 = 1,25P_0$ .
- Thể tích sau :  $V = V_0 - 0,3V_0 = 0,7V_0$ .
- $$\frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} \Rightarrow T - T_0 = -0,125T_0 : \text{giảm.}$$

**355** Một ống thủy tinh, tiết diện nhỏ chiều dài  $2l = 100\text{cm}$ , dựng thẳng đứng, dầu hở ở trên, dầu kín ở dưới. Phía đáy ống chứa không khí và phía trên chứa đầy thủy ngân. (Hình vẽ) Không khí trong ống ở  $27^\circ\text{C}$  thì chiều cao không khí trong ống là  $l = 50\text{cm}$ . Hỏi nhiệt độ tối đa của không khí trong ống là bao nhiêu để còn thủy ngân trong ống. Biết áp suất khí quyển là  $P_0 = 76\text{cmHg}$ .



#### Hướng dẫn

- Ở  $T_1 = 300\text{K}$  : 
$$\begin{cases} P_1 = P_0 + l = 126(\text{cmHg}) \\ V_1 = lS = 50S \end{cases}$$
- Ở  $T_2$  : 
$$\begin{cases} P_2 = P_0 + (l - x) = 126 - x(\text{cmHg}) \\ V_2 = (l + x)S = (50 + x)S \end{cases}$$



- Áp dụng : 
$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{-x^2 + 76x + 6300}{21}$$
- $T_2$  đạt cực đại khi :  $y = -x^2 + 76x + 6300$  cực đại

$$\text{lúc đó : } x = -\frac{b}{2a} = 38 \text{ (cm)}$$

$$\text{Và : } T_2(\text{max}) = 368,8\text{K.}$$

**356** Một ống thủy tinh hình trụ được nhúng thẳng đứng vào chậu nước (trọng lượng riêng của nước là  $d = 10^4\text{N/m}^3$ ) sao cho miệng ống ở dưới. Nhiệt độ cột không khí trong ống là  $27^\circ\text{C}$ , chiều cao cột không khí là  $l_0 = 20\text{cm}$ . Áp suất khí quyển là  $9,8 \cdot 10^4\text{N/m}^2$ .

- a) Kéo ống lên sao cho phần ống nằm trên mặt nước là  $l = 30\text{cm}$ .

Hỏi mực nước trong và ngoài ống chênh lệch nhau bao nhiêu ? Biết rằng nhiệt độ không khí trong ống vẫn không đổi.

b) Ống vẫn giữ nguyên vị trí như câu a. Để mực nước trong và ngoài ống ngang nhau ta thay đổi nhiệt độ của không khí trong ống. Tìm nhiệt độ mới.

### Hướng dẫn

- a) • Trước khi kéo lên :

$$\begin{cases} P_1 = P_0 + l_0 \cdot d = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ V_1 = l_0 \cdot S = 0,2S \end{cases}$$

- Sau khi kéo lên :

Gọi  $x$  là độ chênh giữa 2 mực chất lỏng trong và ngoài ống ( $x > 0$  nếu chất lỏng trong cao hơn;  $x$  : tính bằng m)

$$\begin{cases} P_2 = P_0 - x \cdot d = 9,8 \cdot 10^4 - 10^4 \cdot x \\ V_2 = (l - x)S = (0,3 - x)S \end{cases}$$

- Vì đẳng nhiệt :  $P_1 V_1 = P_2 V_2$

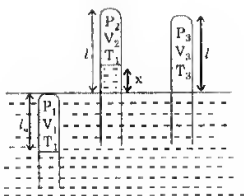
$$10^5 \cdot 0,2S = (9,8 \cdot 10^4 - 10^4 \cdot x)(0,3 - x)S$$

$$\Rightarrow x^2 - 10,1x + 0,94 = 0$$

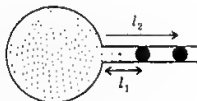
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 10(\text{m}) > 30(\text{cm}) : \text{loại} \\ x \approx 9,39(\text{cm}) \end{cases}$$

- b) • Ở nhiệt độ  $T_3$  :  $\begin{cases} P_3 = P_0 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2 \\ V_3 = l \times S = 0,3 \cdot S \end{cases}$

• Áp dụng :  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = 441\text{K}$



**357** Một bình cầu chứa không khí được ngăn cách với không khí bên ngoài bằng giọt Hg có thể dịch chuyển trong ống nằm ngang. Ống có tiết diện  $S = 0,1\text{cm}^2$ . Ở  $20^\circ\text{C}$ , giọt Hg cách mặt bình cầu là  $l_1 = 10\text{cm}$ . Ở  $25^\circ\text{C}$  giọt Hg cách mặt bình cầu là  $l_2 = 20\text{cm}$ .



Hỏi thể tích bình cầu, cho rằng thể tích vỏ bình coi như không đổi.

### Hướng dẫn

$$\frac{V + l_1 \cdot S}{T_1} = \frac{V + l_2 \cdot S}{T_2}$$

$$\frac{V + 10 \cdot 0,1}{293} = \frac{V + 20 \cdot 0,1}{298} \Rightarrow V = 57,6 (\text{cm}^3).$$

**358** Một quả bóng cao su có vỏ rất mỏng chứa không khí.

- Nhiệt độ không khí là  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ , áp suất khí quyển là  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , quả bóng có thể tích  $V_0 = 2\text{l}$ .

- Nhúng quả bóng xuống một hồ nước sâu  $h = 5\text{m}$ , nhiệt độ nước ở độ sâu ấy là  $t_2 = 15^\circ\text{C}$  thì thể tích quả bóng là bao nhiêu?

Biết khối lượng riêng của nước là  $D = 1000 \text{ kg/m}^3$  và bỏ qua ảnh hưởng của vỏ quả bóng do nó bị căng.

### Hướng dẫn

- Trong không khí : 
$$\begin{cases} P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ V_0 = 2\text{l} \\ T_0 = 300\text{K} \end{cases}$$
- Trong nước : 
$$\begin{cases} P = P_0 + h \cdot d = 1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ T = 288\text{K} \end{cases}$$
- Áp dụng :  $\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow V = 1,28\text{l}$

**359** Có 0,5 mol khí  $\text{H}_2$  ở áp suất 3at và nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ .

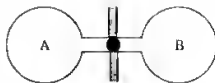
- a) Tính thể tích khí  $\text{H}_2$ .
- b) Hơ nóng đẳng áp, khí giãn nở đến thể tích 10l. Tính nhiệt độ sau khi hơ nóng.
- c) Tính khối lượng riêng của khí trước và sau khi hơ nóng.

### Hướng dẫn

- a)  $PV_1 = nRT_1 \Rightarrow V_1 = 0,5 \cdot \frac{8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 300}{3} = 4,1 \text{ (l)}$
- b)  $T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 \approx 731,7\text{K}$
- c) •  $D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{PM}{RT_1} \approx 0,244 \text{ (g/l)}$
- $D_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{PM}{RT_2} \approx 0,1 \text{ (g/l)}$



**360** Hai bình giống nhau cách nhiệt chứa không khí (Hình vẽ). Ngăn cách không khí hai bình bằng giọt Hg có thể dịch chuyển trong ống nằm ngang đủ dài. Bình A chứa không khí ở 250K, bình B ở 300K.



Bỏ qua sự thay đổi thể tích của vỏ bình khi nhiệt độ thay đổi.

Giọt Hg có dịch chuyển hay không và nếu có, nó sẽ dịch chuyển về phía nào nếu :

a) Nhiệt độ tuyệt đối mỗi bình cùng tăng lên 2 lần.

b) Nhiệt độ mỗi bình tăng thêm 50°C.

### Hướng dẫn

• Nhiệt độ ban đầu :

$$\left. \begin{aligned} PV_1 &= \frac{m_1}{M} RT_1 \\ PV_2 &= \frac{m_2}{M} RT_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

• Nhiệt độ sau :

$$\left. \begin{aligned} PV'_1 &= \frac{m_1}{M_1} RT'_1 \\ PV'_2 &= \frac{m_2}{M_2} RT'_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V'_1}{V'_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{T'_1}{T'_2} \quad (2)$$

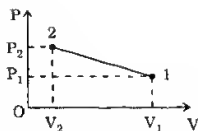
$$\begin{aligned} a) \quad \frac{T'_1}{T'_2} = \frac{T_1}{T_2} &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V'_1}{V'_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V'_1} = \frac{V_2}{V'_2} = \frac{V_1 + V_2}{V'_1 + V'_2} = 1 \\ &\Rightarrow V_1 = V'_1 : \text{Giọt Hg đứng yên} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad (1) &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{250}{300} \frac{m_1}{m_2} = K_1 \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{K_1} = \frac{V_2}{1} = \frac{V_1 + V_2}{K_1 + 1} = \frac{V}{K_1 + 1} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (2) &\Rightarrow \frac{V'_1}{V'_2} = \frac{300}{350} \frac{m_1}{m_2} = K_2 > K_1 \\ &\Rightarrow \frac{V'_1}{K_2} = \frac{V'_2}{1} = \frac{V'_1 + V'_2}{K_2 + 1} = \frac{V}{K_2 + 1} < \frac{V}{K_1 + 1} \end{aligned} \quad (4)$$

(3) và (4)  $\Rightarrow V'_2 < V_2$  : Giọt Hg dịch về B.

**361** Một mol khí lí tưởng biến đổi theo quá trình biểu diễn bằng đoạn thẳng 1 - 2 trong mặt phẳng  $P - V$  như hình vẽ với  $P_1 = 8,2 \text{at}$ ;  $V_1 = 3\text{l}$  và  $P_2 = 16,4 \text{at}$ ;  $V_2 = 1\text{l}$



- Lập biểu thức của nhiệt độ tuyệt đối  $T$  theo  $V$ .
- Tính  $T_{\text{max}}$  và thể tích  $V$  tương ứng.
- Vẽ đồ thị của  $T$  theo  $V$ .

### Hướng dẫn

- Phương trình đường 1 - 2 có dạng :

$$P = aV + b$$

$$\bullet \text{ Qua 1 : } P_1 = aV_1 + b \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Qua 2 : } P_2 = aV_2 + b \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ tính được : } a = \frac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1} \quad \text{và} \quad b = \frac{P_1 V_2 - P_2 V_1}{V_2 - V_1}$$

$$\text{Vậy : } P = \frac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1} \cdot V + \frac{P_1 V_2 - P_2 V_1}{V_2 - V_1}$$

- $$\bullet \text{ Mặt khác : } P \cdot V = RT$$

$$\text{nên} \quad \frac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1} \cdot V^2 + \frac{P_1 V_2 - P_2 V_1}{V_2 - V_1} V = R \cdot T$$

$$\Rightarrow T = \frac{P_2 - P_1}{R(V_2 - V_1)} V^2 + \frac{P_1 V_2 - P_2 V_1}{R(V_2 - V_1)} V$$

$$\bullet \text{ Áp dụng số : } T = -50 \cdot V^2 + 250 \cdot V \quad (V : \text{l}) \quad (3)$$

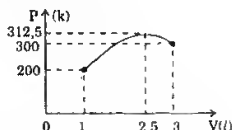
- Phương trình có dạng  $y = ax^2 + bx$  nên  $y$  cực đại ứng với :

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{Vậy : } T_{\text{max}} \text{ ứng với } V_0 = \frac{-250}{2(-50)} = 2,5\text{l}$$

$$(1) \Rightarrow T_{\text{max}} = 312,5\text{K}$$

- Đồ thị : Hình bên.



**362** Người ta bơm khí  $H_2$  vào một bình cầu có thể tích  $V = 10\text{l}$ . Sau khi bơm xong, áp suất khí trong bình là  $P = 1 \text{at}$ , nhiệt độ  $t = 20^\circ\text{C}$ .

Hỏi phải bơm bao nhiêu lần, biết mỗi lần bơm đã đưa được  $0,05\text{g}$  khí  $H_2$  vào quả bóng và lúc đầu quả bóng xem như chưa có khí  $H_2$ .

### Hướng dẫn

$$\bullet \quad m = \frac{PVM}{RT} \approx 0,83g$$

$$\bullet \quad \text{Số lần bơm} : \frac{0,83}{0,05} = 16,6 \text{ (lần)}$$

**363** Một bình chứa khí ở nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$  và áp suất 4at. Nếu  $\frac{1}{2}$  khối khí thoát ra khỏi bình và nhiệt độ hạ xuống tới  $12^\circ\text{C}$  thì khí trong bình còn lại sẽ có áp suất là bao nhiêu ?

### Hướng dẫn

$$\bullet \quad \left. \begin{aligned} P_1 V &= \frac{m}{M} RT_1 \\ P_2 V &= \frac{m}{2M} RT_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 2 \times \frac{T_1}{T_2} \quad \bullet \quad P_2 = P_1 \times \frac{T_2}{2T_1} = 1,9 \text{ (at)}$$

**364** Ban đầu một bình chứa khí có áp suất  $P_1 = 2 \cdot 10^7 \text{Pa}$ , nhiệt độ  $t_1 = 47^\circ\text{C}$ . Sau đó khí thoát ra ngoài làm áp suất khí trong bình là  $P_2 = 5 \cdot 10^6 \text{Pa}$ , nhiệt độ  $t_2 = 7^\circ\text{C}$ . Khối lượng bình khí (cả vỏ bình và khí) đã giảm đi  $\Delta m = 1\text{kg}$ . Hỏi khối lượng khí có trong bình lúc đầu.

### Hướng dẫn

$$\bullet \quad P_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1 \Rightarrow \frac{m_1 T_1}{P_1} = \frac{MV}{R} \quad (1)$$

$$\bullet \quad P_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2 \Rightarrow \frac{m_2 T_2}{P_2} = \frac{MV}{R} \quad (2)$$

$$\bullet \quad (1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{\frac{m_1}{P_1}}{\frac{T_1}{T_2}} = \frac{\frac{m_2}{P_2}}{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{m_1 - m_2}{\frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2}} = \Delta m \times \frac{T_1 \times T_2}{P_1 T_2 - P_2 T_1}$$

$$\Rightarrow m_1 = \Delta m \times \frac{P_1 T_2}{P_1 T_2 - P_2 T_1} = 1,4 \text{ (kg)}$$

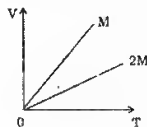
**365** Một xy lanh chứa khí đặt thẳng đứng được đẩy bằng một pittông có thể chuyển động không ma sát. Nung nóng xy lanh để nhiệt độ khí tăng dần.

Về đồ thị của thể tích  $V$  của khí theo nhiệt độ  $T$  ứng với hai chất khí có khối lượng mol là  $M$  và  $2M$ .

### Hướng dẫn

$$P \cdot V = \frac{m}{M} RT \Rightarrow V = \frac{mR}{MP} \times T :$$

đồ thị  $V$  theo  $T$  là đường thẳng qua gốc  $O$ .



## NỘI NĂNG CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

### 1. Nhiệt lượng

$$Q = mC|t_2 - t_1|$$

- $Q$  : nhiệt lượng thu vào hay tỏa ra (J).
- $m$  : khối lượng của vật (kg).
- $C$  : nhiệt dung riêng của vật (J/kg.độ).
- $t_1$  : nhiệt độ ban đầu.
- $t_2$  : nhiệt độ cuối.

### 2. Phương trình cân bằng nhiệt

$$Q_{\text{thu vào}} = Q_{\text{tỏa ra}}$$

### 3. Công của khí trong quá trình biến đổi đẳng áp

$$A = P \cdot \Delta V = P(V_2 - V_1)$$

- $V_1$  : thể tích đầu ( $m^3$ ).
- $V_2$  : thể tích sau ( $m^3$ ).
- $P$  : áp suất khí ( $N/m^2$ )
- $A > 0$  : Khí thực hiện công.
- $A < 0$  : Khí nhận công.

### 4. Công của khí được diễn tả bằng diện tích trong hệ tọa độ $P - V$

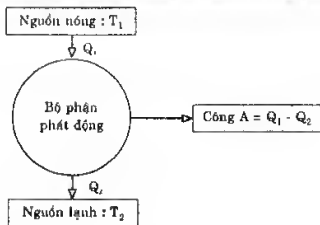


### 5. Nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học

$$Q = A + \Delta U$$

- $Q > 0$  : Khí nhận nhiệt.
- $Q < 0$  : Khí truyền nhiệt ra bên ngoài.
- $A > 0$  : Khí thực hiện công.
- $A < 0$  : Khí nhận công.
- $\Delta U > 0$  : Nội năng khí tăng.
- $\Delta U < 0$  : Nội năng khí giảm.

## 6. Động cơ nhiệt



## 7. Hiệu suất động cơ nhiệt

$$H = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

## 8. Hiệu suất lí tưởng

$$H = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

## BÀI TẬP MẪU

**CÔNG THỨC TÍNH NHIỆT LƯỢNG :  $Q = mc(t_2 - t_1)$**

**366** Tính nhiệt lượng cần để đun 5kg nước từ 15°C đến 100°C trong một cái thùng bằng sắt có khối lượng 1,5kg. Biết nhiệt dung riêng của nước và sắt lần lượt là :  $C_1 = 4200\text{J/kg.độ}$  và  $C_2 = 460\text{J/kg.độ}$ .

**Giải**

- Nhiệt lượng do nước hấp thụ :

$$Q_1 = m_1 C_1 (t_2 - t_1) = 5 \times 4200 (100 - 15) = 1785 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- Nhiệt lượng do thùng hấp thụ :

$$Q_2 = m_2 C_2 (t_2 - t_1) = 1,5 \times 460 (100 - 15) = 58650 \text{ J}$$

- Nhiệt lượng cần thiết :  $Q = 1843650 \text{ J}$ .

**PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG NHIỆT  $Q_{\text{tỏa ra}} = Q_{\text{thu vế}}$**

**367** Ta đổ vào một nhiệt lượng kế 2kg nước ở nhiệt độ 15°C. Nước sẽ nóng lên đến nhiệt độ nào nếu ta nhúng vào nhiệt lượng kế một quả cân bằng thau có khối lượng 500g đã được nung lên đến 100°C. Nhiệt dung riêng của nước và thau lần lượt là :  $C_1 = 4200\text{J/kg.độ}$  và  $C_2 = 368\text{J/kg.độ}$ . Không tính đến nhiệt lượng do nhiệt lượng kế hấp thụ.

### Giải

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt :  $Q_{\text{thu vào}} = Q_{\text{tỏa ra}}$

$$m_1 C_1 (t - t_1) = m_2 C_2 (t_2 - t)$$

$$\Rightarrow t = \frac{m_1 C_1 t_1 + m_2 C_2 t_2}{m_1 C_1 + m_2 C_2} = \frac{2 \times 4200 \cdot 15 + 0,5 \cdot 368 \cdot 100}{2 \cdot 4200 + 0,5 \cdot 368} \approx 16,8^\circ\text{C}.$$

### ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG NHIỆT CHO NHIỀU CHẤT

**368** Đổ n chất lỏng vào nhiệt lượng kế với :

- Khối lượng :  $m_1, m_2, \dots, m_n$
- Nhiệt độ ban đầu :  $t_1, t_2, \dots, t_n$
- Nhiệt dung riêng :  $C_1, C_2, \dots, C_n$

Tính nhiệt độ cuối cùng của hệ khi có cân bằng nhiệt. (Cho rằng nhiệt lượng kế không thu nhiệt).

### Giải

Giả sử trong nhiệt lượng kế có K chất lỏng đầu tiên tỏa nhiệt, phương trình cân bằng nhiệt cho :

$$m_1 C_1 (t_1 - t) + \dots + m_K C_K (t_K - t) = m_{K+1} C_{K+1} (t - t_{K+1}) + \dots + m_n C_n (t - t_n)$$

$$m_1 C_1 t_1 + \dots + m_K C_K t_K + \dots + m_n C_n t_n = (m_1 C_1 + \dots + m_n C_n) \times t$$

$$\Rightarrow t = \frac{m_1 C_1 t_1 + \dots + m_n C_n t_n}{m_1 C_1 + \dots + m_n C_n}$$

Kết quả trên cho thấy nhiệt độ lúc cân bằng không phụ thuộc vào số chất tỏa nhiệt hay thu nhiệt.

### ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG NHIỆT KHI HỆ CÓ NƯỚC VÀ NƯỚC ĐÁ

**369** Trong nhiệt lượng kế chứa  $m_1 = 1\text{kg}$  nước ở  $t_1 = 5^\circ\text{C}$  ta thả vào  $m_2 = 2\text{kg}$  nước đá. Khi có cân bằng nhiệt, khối lượng nước đá đã tan tăng thêm  $m_3 = 10\text{g}$ . Hỏi nhiệt độ ban đầu của nước đá ?

Biết :  $C_{\text{nước}} = 4200\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ ;  $C_{\text{nước đá}} = 2100\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ ;

Nhiệt nóng chảy của nước đá  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5\text{J/kg}$ ; nhiệt độ nóng chảy của nước đá là  $0^\circ\text{C}$  (không để ý đến ảnh hưởng nhiệt độ của nhiệt lượng kế).

### Giải

Lúc cân bằng nhiệt có cả nước đá nên nhiệt độ lúc cân bằng là  $0^\circ\text{C}$ .

- Nhiệt lượng tỏa ra của  $m_1$  kg nước do nhiệt độ hạ từ  $t_1$  đến  $0^\circ\text{C}$  :

$$Q_1 = m_1 C_1 (t_1 - 0)$$

- Nhiệt lượng tỏa ra của  $m_3$  kg nước do đông đặc :

$$Q_3 = m_3 \cdot \lambda$$

- Nhiệt lượng thu vào của  $m_2$  kg nước do nhiệt độ nước tăng từ  $t_2$  đến  $0^\circ\text{C}$  ( $t_2 < 0$ ) :

$$Q_2 = m_2 C_2 (0 - t_2)$$

- Phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q_{\text{tỏa ra}} = Q_{\text{thu vào}}$$

$$m_1 C_1 (t_1 - 0) + m_3 \lambda = m_2 C_2 (0 - t_2)$$

$$\Rightarrow t_2 = -\frac{m_1 C_1 t_1 + m_3 \lambda}{m_2 C_2} = -\frac{1 \times 4200 \times 5 + 0,01 \times 3,4 \cdot 10^5}{2 \times 2100} \approx -5,8^\circ\text{C}.$$

### CÔNG CỦA KHÍ TRONG QUÁ TRÌNH ĐẲNG ÁP $A = P \cdot \Delta V$

**370** Một khối khí có thể tích 10l ở áp suất  $2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$  được nung nóng đẳng áp từ  $30^\circ\text{C}$  đến  $150^\circ\text{C}$ . Tính công do khí thực hiện.

*Giải*

- Quá trình đẳng áp :

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 10 \times \frac{423}{303} \approx 13,96 \text{ l}$$

- Công của khí :

$$A = P \cdot \Delta V = P(V_2 - V_1) = 2 \cdot 10^5 (13,96 - 10) \times 10^{-3} = 792 \text{ J}.$$

### CÔNG CỦA KHÍ TRONG QUÁ TRÌNH ĐẲNG ÁP

$$A = P \cdot \Delta V = \frac{m}{M} R \cdot \Delta T$$

**371** 20g khí  $\text{H}_2$  được nung nóng đẳng áp từ  $20^\circ\text{C}$  đến  $150^\circ\text{C}$ . Tính công mà khí đã thực hiện.

*Giải*

Quá trình đẳng áp nên công của khí :

$$A = P \cdot \Delta V = P(V_2 - V_1) = PV_2 - PV_1$$

mà :  $PV_2 = \frac{m}{M} RT_2;$

$$PV_1 = \frac{m}{M} RT_1$$

nên :  $A = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) = \frac{20}{2} \times 8,31 (150 - 20) = 10803 \text{ J}.$

### ÁP DỤNG CÔNG THỨC $Q = A + \Delta U$

**372** Có 10g oxy ở áp suất 3at và nhiệt độ 10°C. Người ta đốt nóng và cho giãn nở đẳng áp đến thể tích 10l. Hỏi :

- a) Nhiệt độ cuối.
- b) Công khí sinh ra khi giãn nở.
- c) Độ biến thiên nội năng của khí.

Biết nhiệt dung riêng của oxy trong quá trình đẳng áp là :

$$C_p = 0,91.10^3 \text{ J/kg.độ.} \quad \text{Lấy } 1\text{at} = 9,81.10^4 \text{ N/m}^2.$$

**Giải**

a) Nhiệt độ cuối :  $PV_2 = \frac{m}{M} RT_2$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{PV_2 M}{m \cdot R} = \frac{3 \times 9,81 \times 10^4 \times 10^{-2} \times 32}{10 \times 8,31} = 1133,2 \text{ K.}$$

b) Công khí sinh ra khi giãn nở :

Quá trình đẳng áp :

$$\begin{aligned} A &= P \cdot \Delta V = P(V_2 - V_1) = PV_2 - PV_1 = \frac{m}{M} RT_2 - \frac{m}{M} RT_1 = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) \\ &= \frac{10}{32} \times 8,31(1133,2 - 283) \approx 2208 \text{ J.} \end{aligned}$$

c) Độ biến thiên nội năng :

$$Q = A + \Delta U \Rightarrow \Delta U = Q - A$$

$$\text{Với } Q = m \cdot C_p (T_2 - T_1) = 10^{-2} \cdot 0,91.10^3 (1133,2 - 283) = 7736,82 \text{ (J)}$$

$$\text{nên } \Delta U = 7736,82 - 2208 = 5528,82 \text{ J.}$$

### ĐỘNG CƠ NHIỆT LÍ TƯỜNG

**373** Một động cơ nhiệt lí tường với nhiệt độ nguồn nóng là 227°C và nguồn lạnh là 27°C.

a) Tính hiệu suất động cơ.

b) Biết động cơ có công suất 30kW. Hỏi trong 5 giờ liên nó đã tỏa ra cho nguồn lạnh một nhiệt lượng bằng với nhiệt lượng của bao nhiêu kilogam xăng khí cháy hoàn toàn, biết năng suất tỏa nhiệt của xăng là  $q = 4,4 \times 10^7 \text{ J/kg}$ .

**Giải**

a) Hiệu suất động cơ nhiệt lí tường :

$$H_{\max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{500} = 0,4 = 40\%$$



b) Lượng xăng tương đương với nhiệt lượng động cơ tỏa ra cho nguồn lạnh :

- Công mà động cơ đã thực hiện trong 5h :

$$A = N.t = 3.10^4 \times 5 \times 36.10^2 = 54.10^7(\text{J})$$

- Có :  $H_{\max} = \frac{A}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{A}{H_{\max}} = \frac{54.10^7}{0,4} = 13,5.10^8 \text{J}$

- Nhiệt lượng tỏa ra cho nguồn lạnh :

$$Q_2 = Q_1 - A = 13,5.10^8 - 5,4.10^8 = 8,1 \times 10^8(\text{J})$$

- Khối lượng xăng :

$$m = \frac{Q_2}{q} = \frac{8,1.10^8}{4,4.10^7} \approx 18,41\text{kg}.$$

### TÍNH CÔNG SUẤT CỦA ĐỘNG CƠ Ô TÔ

**374** Tính công suất của một động cơ ô tô biết trong thời gian  $t = \frac{10}{3}$  h ô tô tiêu thụ hết 62l xăng. Biết hiệu suất động cơ là  $H = 30\%$ , năng suất tỏa nhiệt của xăng là  $q = 46.10^6 \text{J/kg}$  và khối lượng riêng của xăng là  $D = 0,7 \text{kg/l}$

*Giải*

- Khối lượng xăng :

$$m = V.D = 62 \times 0,7 = 43,4 \text{ kg}$$

- Nhiệt lượng do nguồn nóng cung cấp :

$$Q_1 = m \times q = 43,4 \times 46.10^6 = 1996,4.10^6 \text{J}$$

- Hiệu suất :  $H = \frac{A}{Q_1}$

$$\Rightarrow A = H \times Q_1 = 0,3 \times 1996,4 \times 10^6 = 598,92.10^6 \text{J}$$

- Công suất động cơ :

$$N = \frac{A}{t} = \frac{598,92.10^6}{\frac{10}{3} \times 3600} = 49910 \text{W} = 49,91 \text{kW}.$$

### HIỆU SUẤT VÀ HIỆU SUẤT LÍ TƯỜNG

**375** Một máy hơi nước có công suất  $N = 20 \text{kW}$ , nhiệt độ nguồn nóng là  $t_1 = 200^\circ\text{C}$ , nguồn lạnh là  $t_2 = 58^\circ\text{C}$ . Biết hiệu suất của động cơ này bằng  $\frac{2}{3}$  lần hiệu suất lí tưởng ứng với hai nhiệt độ nói trên. Tính lượng than tiêu thụ trong thời gian 3 giờ, biết năng suất tỏa nhiệt của than là  $q = 34.10^6 \text{J/kg}$ .

### Giải

- Hiệu suất lí tưởng :  $H_{\max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{331}{473} = 0,3$
- Hiệu suất động cơ :  $H = \frac{2}{3} H_{\max} = 0,2$
- Có  $H = \frac{A}{Q_1} = \frac{N \times t}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{N \times t}{H} = \frac{2.10^4 \times 3.3600}{0,2} = 108.10^7 \text{ J}$
- Lượng than :  $m = \frac{Q_1}{q} = \frac{108 \times 10^7}{34.10^6} \approx 31,76 \text{ kg}$

### BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

**376** Bỏ miếng kim loại ở  $20^\circ\text{C}$  vào chất lỏng  $100^\circ\text{C}$  thì nhiệt độ cuối cùng của chúng là  $90^\circ\text{C}$ .

Sau đó lấy miếng kim loại ra, cho nó hạ xuống đến  $30^\circ\text{C}$  rồi bỏ trở lại vào chất lỏng trên (nhiệt độ chất lỏng vẫn là  $90^\circ\text{C}$ ). Hỏi khi có cân bằng nhiệt thì nhiệt độ của chúng là bao nhiêu ?

#### Hướng dẫn

- Lần đầu :  $m_1 C_1 (100 - 90) = m_2 C_2 (90 - 20)$   
 $m_1 C_1 = 7 m_2 C_2$
- Lần sau :  $m_1 C_1 (90 - t) = m_2 C_2 (t - 30)$   
 $7 m_2 C_2 (90 - t) = m_2 C_2 (t - 30) \Rightarrow t = 82,5^\circ\text{C}$

**377** Khối lượng tổng cộng của nhiệt lượng kế bằng than và dầu hóa chứa trong nhiệt lượng kế là  $220\text{g}$ . Nhiệt độ ban đầu là  $20^\circ\text{C}$ . Thả vào nhiệt lượng kế ấy một khối sắt  $200\text{g}$  đã nung nóng đến  $96^\circ\text{C}$  và nhiệt độ khi có cân bằng nhiệt là  $40^\circ\text{C}$ . Tính khối lượng than.

Biết nhiệt dung riêng của than là  $C_1 = 380\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ , nhiệt dung riêng của dầu hỏa là  $C_2 = 2120\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$  và nhiệt dung riêng của sắt là  $C_3 = 460\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ .

#### Hướng dẫn

$$[380.m_1 + 2120(0,22 - m_1)](40 - 20) = 0,2 \times 460 (96 - 40)$$
$$\Rightarrow m_1 = 0,12\text{kg}$$

**378** Một xy lanh đặt thẳng đứng có tiết diện  $S = 200\text{cm}^2$  và pittông nặng  $F = 1000\text{N}$ . Trong xy lanh có chứa  $1\text{ mol}$  khí ở  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ . Để pittông có thể di chuyển được  $l = 30\text{cm}$  thì phải nung nóng khí lên đến nhiệt độ ? Biết áp suất khí quyển là  $P_0 = 10^5\text{N/m}^2$ .

### Hướng dẫn

$$\bullet A = (P_0 S + F) \times l \quad (1)$$

$$\bullet A = P \cdot \Delta V = R (T_2 - T_1) \quad (2)$$

(1) và (2) cho :  $T_2 = 408,3K$ .

**379** Một lượng khí ở áp suất  $P = 3 \cdot 10^5 N/m^2$  có thể tích  $V_1 = 10l$ . Sau khi nhận được nhiệt lượng 5000J thì nó biến đổi đẳng áp và nội năng tăng 2000J.

- Tính thể tích khí ở cuối quá trình biến đổi.
- Nhiệt độ khí lúc đầu là  $30^\circ C$ . Tính nhiệt độ cuối.

### Hướng dẫn

$$\bullet A = Q - \Delta U = 3000J \quad (1)$$

$$\bullet A = P (V_2 - V_1) = 3 \cdot 10^5 (V_2 - 10^{-2}) \quad (2)$$

(1) và (2) cho :  $V_2 = 20l$

$$\bullet \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 606K.$$

**380** Một khối khí có thể tích  $3l$ , áp suất  $2 \cdot 10^5 N/m^2$ , nhiệt độ  $27^\circ C$  được đun nóng đẳng tích đến nhiệt độ  $327^\circ C$  và sau đó giãn đẳng áp. Nhiệt độ cuối của khí là  $627^\circ C$ . Tính :

- Thể tích khí sau khi giãn đẳng áp.
- Công của khí khi thực hiện biến đổi trên.

### Hướng dẫn

$$a) \bullet \text{Đẳng tích : } \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow P_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ at}$$

$$\bullet \text{Đẳng áp : } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = 4,5 l$$

$$b) \bullet \text{Đẳng tích : } A_1 = 0$$

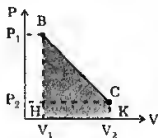
$$\bullet \text{Đẳng áp : } A_2 = P_2 (V_3 - V_2) = 4 \cdot 10^5 (4,5 - 3) \times 10^{-3} = 600J$$

$$\bullet A = A_1 + A_2 = 600J.$$

**381** Trên đồ thị  $P, V$  biểu diễn quá trình giãn khí của một khối khí lí tưởng. Biết  $P_1 = 3at$ ,  $V_1 = 2l$ ,  $P_2 = 1at$ ,  $V_2 = 5l$ . Tính :

- Công mà khí đã thực hiện.
- Biết khí đã nhận được nhiệt lượng  $Q = 488,6J$ .

Hỏi nội năng của khí tăng hay giảm và tăng, giảm bao nhiêu ? Lấy  $1at = 9,81 \cdot 10^4 N/m^2$ .



### Hướng dẫn

a) Công của khí là diện tích hình thang BCHK :

$$A = HK \cdot \frac{BH + CK}{2} = (V_2 - V_1) \times \frac{P_1 + P_2}{2} = 588,6J$$

b)  $\Delta U = Q - A = -100J < 0$  : nội năng giảm.

**382** Một khối khí đựng trong xy lanh. Ta cho khối khí đó biến đổi đẳng tích từ nhiệt độ  $T_1 = 133K$  đến nhiệt độ  $T_2 = 187K$ , xong biến đổi đẳng áp tới nhiệt độ  $T_3 = 312K$  và cuối cùng giãn đẳng nhiệt tới thể tích  $V_4 = 7l$ .

Thể tích và áp suất ban đầu của khí là :  $V_1 = 3l$  và  $P_1 = 1,01 \cdot 10^5 N/m^2$ .

a) Xác định áp suất của 3 trạng thái sau ( $P_2, P_3, P_4$ ).

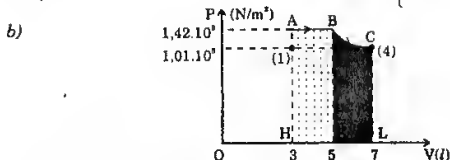
b) Vẽ đồ thị áp suất  $P$  theo thể tích  $V$ .

c) Biết trong giai đoạn cuối (giãn đẳng nhiệt) khí đã nhận được nhiệt lượng  $Q = 238J$ . Tính công trong mỗi giai đoạn biến đổi và so sánh các công này.

d) Tìm lại kết quả đã so sánh bằng hình vẽ.

### Hướng dẫn

$$\begin{array}{l}
 a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bullet P_1 = 1,01 \cdot 10^5 N/m^2 \\ \bullet V_1 = 3(l) \\ \bullet T_1 = 133K \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ĐẲNG TÍCH}} \left\{ \begin{array}{l} \bullet P_2 = P_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 1,42 \cdot 10^5 N/m^2 \\ \bullet V_2 = 3(l) \\ \bullet T_2 = 187K \end{array} \right. \\
 \downarrow \text{ĐẲNG ÁP} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \bullet P_4 = P_3 \frac{V_3}{V_4} = 1,01 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \\ \bullet V_4 = 7(l) \\ \bullet T_4 = T_3 = 312K \end{array} \right. \xleftarrow{\text{ĐẲNG NHIỆT}} \left\{ \begin{array}{l} \bullet P_3 = P_2 = 1,42 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \\ \bullet V_3 = V_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 5(l) \\ \bullet T_3 = 312K \end{array} \right.
 \end{array}$$



c) • Đẳng tích :  $\Delta V = 0 \rightarrow A_1 = 0$

• Đẳng áp :  $A_2 = P_3 (V_3 - V_2) = 1,42 \cdot 10^5 (5 - 3) \times 10^{-3} = 284J$

• Đẳng nhiệt :  $\Delta U = 0$

$$A_3 = Q = 238J$$

- So sánh :  $A_1 < A_3 < A_2$

d) So sánh trên hình vẽ :  $A_2 = dt(ABHK)$

$$A_3 = dt(BCKL) < A_2$$

Vậy :

$$A_1 = 0 < A_3 < A_2$$

**383** 5 mol khí ôxy được nung nóng để nhiệt độ tăng thêm  $10^\circ$ . Tìm nhiệt lượng mà khí nhận được trong 2 quá trình.

a) Biến đổi đẳng tích.

b) Biến đổi đẳng áp.

Biết độ biến thiên nội năng của khí  $O_2$  được tính bởi công thức :

$$\Delta U = n \times \frac{5}{2} R(T_2 - T_1).$$

### Hướng dẫn

Độ biến thiên nội năng :

$$\Delta U = n \cdot \frac{5}{2} R \Delta T = 5 \cdot \frac{5}{2} \times 8,31 \times 10 = 1038,75J$$

a) Biến đổi đẳng tích : •  $\Delta V = 0 \rightarrow A = 0$

$$\bullet Q = A + \Delta U = 1038,75J$$

b) Biến đổi đẳng áp :

$$\bullet A = P \cdot \Delta V = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = nR\Delta T = 5 \times 8,31 \times 10 = 415,5J$$

$$\bullet Q = A + \Delta U = 1454,25J.$$

**384** Một bình kín và không giãn nở có thể tích 10l đựng 56g khí Nitơ ở nhiệt độ  $20^\circ C$ . Sau khi hơi nóng, áp suất trong bình lên tới  $10^6 N/m^2$ . Tìm nhiệt lượng mà khối khí nhận được, biết độ biến thiên nội năng của khí nitơ

được tính bởi công thức :  $\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{5}{2} R(T_2 - T_1).$

### Hướng dẫn

• Bình không giãn nở nên :  $\Delta V = 0 \rightarrow A = 0$

$$\bullet Q = A + \Delta U = \Delta U = \frac{m}{M} \times \frac{5}{2} R(T_2 - T_1)$$

• Phương trình Mendeleev áp dụng cho trạng thái sau :

$$P_2 V = \frac{m}{M} R T_2$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{P_2 M V}{m R} = \frac{10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-2}}{56 \times 8,31} = 601,68K$$

$$\bullet Q = \frac{56}{28} \times \frac{5}{2} \times 8,31 (601,68 - 293) = 12825,65J.$$

## PHẦN ÔN TẬP

**385** Một chất điểm chuyển động theo đường thẳng có vận tốc ban đầu  $V_0 = 2\text{m/s}$ , chuyển động đều trong khoảng thời gian  $t_1 = 3\text{s}$ , chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a_2 = 2\text{m/s}^2$  trong thời gian  $t_2 = 2\text{s}$ , với gia tốc  $a_3 = 1\text{m/s}^2$  trong thời gian  $t_3 = 5\text{s}$  với gia tốc  $a_4 = -3\text{m/s}^2$  trong thời gian  $t_4 = 2\text{s}$  và cuối cùng chuyển động đều trong thời gian  $3\text{s}$ .

a) Tính vận tốc cuối  $V_c$  và quãng đường đi được  $S$ .

b) Vẽ đồ thị phụ thuộc của vận tốc vào thời gian  $V(t)$ , từ đó tìm lại quãng đường đi được  $S$ .

(Đề thi tuyển sinh ĐH - 1999)

### Hướng dẫn

a) Sau giai đoạn 1 :  $V_1 = 2 \text{ (m/s)}$

Sau giai đoạn 2 :  $V_2 = V_1 + a_2 t_2 = 6 \text{ (m/s)}$

Sau giai đoạn 3 :  $V_3 = V_2 + a_3 t_3 = 11 \text{ (m/s)}$

Sau giai đoạn 4 :  $V_4 = V_3 + a_4 t_4 = 5 \text{ (m/s)}$

Vận tốc cuối :  $V_c = V_4 = 5 \text{ (m/s)}$

Quãng đường đi :  $S_1 = V_0 t_1 = 6 \text{ (m)}$

$$S_2 = V_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 8 \text{ (m)}$$

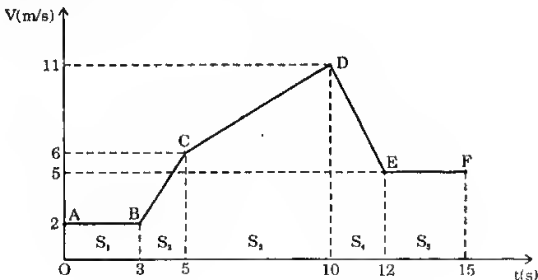
$$S_3 = V_2 t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = 42,5 \text{ (m)}$$

$$S_4 = V_3 t_4 + \frac{1}{2} a_4 t_4^2 = 16 \text{ (m)}$$

$$S_5 = V_4 t_5 = 15 \text{ (m)}$$

$$\text{Vậy : } S = 87,5 \text{ (m)}$$

b) Đồ thị vận tốc :



Đường đi còn được tính bằng diện tích giới hạn bởi đồ thị vận tốc - thời gian với trục thời gian :

$$S_1 = 2.3 = 6 \text{ (m)}$$

$$S_2 = \frac{2+6}{2} . 2 = 8 \text{ (m)}$$

$$S_3 = \frac{6+11}{2} . 5 = 42,5 \text{ (m)}$$

$$S_4 = \frac{11+5}{2} . 2 = 16 \text{ (m)}$$

$$S_5 = 5.3 = 15 \text{ (m)}$$

Vậy :  $S = 87,5 \text{ (m)}$ .

**386** Một vật khối lượng  $m = 1,5\text{kg}$  được giữ tại A trên mặt phẳng nghiêng bằng một sợi dây như hình vẽ. Cho  $H = 6\text{m}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính lực căng của dây treo và lực nén của vật lên mặt phẳng nghiêng tại A. Bỏ qua ma sát.

b) Cắt dây, tính vận tốc của vật ở chân mặt phẳng nghiêng (B) và quãng đường vật đi được trên mặt ngang kể từ B đến khi dừng, coi hệ số ma sát không đổi trong quá trình chuyển động và bằng 0,15. Các kết quả thay đổi như thế nào nếu khối lượng vật tăng lên 2 lần.

(Tuyển sinh DH - 1999)

### Hướng dẫn

a) Khi vật đứng yên :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0$$

$$\Rightarrow T = P \sin \alpha = 7,5 \text{ (N)}$$

$$N = P \cos \alpha = 7,5\sqrt{3} \text{ (N)}$$

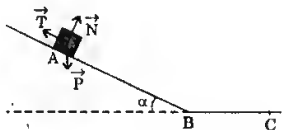
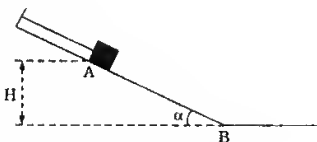
b) Khi cắt dây :

$$+ a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$+ V_B^2 = 2a_1 \cdot AB = 2a_1 \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$= 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot \frac{H}{\sin \alpha} = 120(1 - 0,15\sqrt{3})$$

$$V_B \approx 9,42 \text{ (m/s)}$$



+ Lúc dừng lại tại C :

$$O - V_B^2 = -2a_2 \cdot BC \quad \text{với} \quad a_2 = \mu \cdot g = 1,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{V_B^2}{2a_2} \approx 29,6 \text{ (m)}$$

+  $V_B$  và  $BC$  không phụ thuộc vào khối lượng  $m$  nên kết quả không đổi.

**7.7** Một vật nhỏ  $M$  trượt không ma sát với vận tốc ban đầu bằng không từ đỉnh một bán cầu có bán kính  $R = 7,5\text{m}$  đặt trên mặt đất phẳng ngang. (Hình vẽ).

Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$  và bỏ qua sức cản không khí.

a) Tại độ cao bằng bao nhiêu tính từ mặt đất vật sẽ tách khỏi bề mặt bán cầu ?

b) Viết phương trình quỹ đạo của vật sau khi nó tách khỏi bề mặt bán cầu. Xác định vị trí mà vật rơi trên mặt đất và cho biết phương, chiều và giá trị của vectơ vận tốc tại điểm rơi này.

(Tuyển sinh ĐH An ninh – 1999)

### Hướng dẫn

a) • Khi còn trượt trên bán cầu, hợp lực tác dụng vào vật :

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$$

Thành phần lực hướng tâm :

$$F_{ht} = P \cos \alpha - N$$

$$\text{hay:} \quad m \frac{V^2}{R} = mg \cos \alpha - N$$

lúc vật bắt đầu rời bán cầu,  $N = 0$  nên :

$$m \frac{V^2}{R} = mg \cos \alpha \tag{1}$$

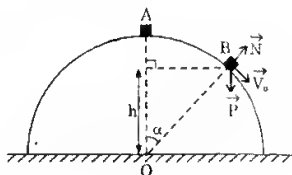
• Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta tính được :

$$V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha) \tag{2}$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho:} \quad \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

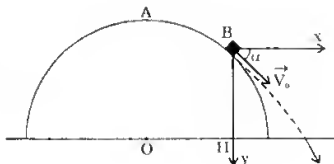
• Điểm vật rời cách mặt đất :

$$h = R \cos \alpha = 5 \text{ (m)}$$





- b) Chọn hệ trục tọa độ xBy như hình vẽ với B là vị trí vật bắt đầu rơi bán cầu và  $t = 0$  là lúc đó.



- Vận tốc đầu  $\vec{V}_0$  có :

+ Phương hợp với Bx góc  $\alpha$

$$\text{mà } \cos \alpha = \frac{2}{3}, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$+ \text{ Độ lớn : } V_0^2 = 2gR(1 - \cos \alpha) = 49 \quad \Rightarrow \quad V_0 = 7 \text{ (m/s)}$$

- Phương trình chuyển động :

$$+ x = (V_0 \cos \alpha)t = \frac{14}{3}t$$

$$+ y = (V_0 \sin \alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{7\sqrt{5}}{3}t + 4,9t^2$$

- Phương trình quỹ đạo :

$$y = \frac{9}{40}x^2 + \frac{\sqrt{5}}{2}x$$

- Khi vật chạm đất thì  $y = h = 5\text{m}$  :

$$5 = \frac{9}{40}x^2 + \frac{\sqrt{5}}{2}x$$

Chỉ nhận nghiệm dương :

$$x = \frac{10}{9}(\sqrt{23} - \sqrt{5}) \approx 2,84 \text{ (m)}$$

Chỗ chạm đất cách tâm O khoảng :

$$OC = OH + HC = \frac{R\sqrt{5}}{3} + x \approx 7,17 \text{ (m)}$$

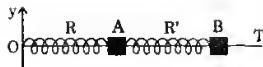
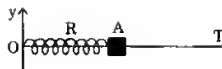
- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta tính được vận tốc vật khi chạm đất là :

$$V = \sqrt{2gR} = 12,12 \text{ (m/s)}$$

$\vec{V}$  hợp với mặt đất góc  $\beta$  cho bởi :

$$\cos \beta = \frac{V_{0x}}{V} = \frac{V_0 \cos \alpha}{V} = 0,385 \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 67^\circ$$

**388** 1. Một lò xo R có độ dài tự nhiên  $l_0 = 24,3\text{cm}$  và độ cứng  $k = 100\text{ N/m}$ , có đầu O gắn với một thanh cứng nằm ngang T' (Hình vẽ), đầu kia gắn vật nhỏ A khối lượng  $m = 100\text{g}$ . Thanh T xuyên qua tâm vật A và A' có thể trượt không ma sát trên T. Cho biết gia tốc rơi tự do là  $g = 10\text{m/s}^2$ . Cho thanh T quay đều quanh trục thẳng đứng Oy với vận tốc  $\omega = 10\text{rad/s}$ . Tính độ dài  $l$  của R. Xác định phương, chiều và cường độ của lực do R tác dụng vào điểm O.



2. Gắn thêm vào A một lò xo R' giống hệt R và cũng mang vật B giống như A. Cho hệ quay quanh Oy cùng với vận tốc góc  $\omega = 10\text{rad/s}$ . Tính độ dài của lò xo R, R' và lực tác dụng vào O.

(Tuyển sinh ĐH Công đoàn - 1999)

### Hướng dẫn

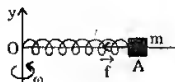
1. Khi quay vật A chuyển động tròn đều, lực đàn hồi do lò xo dãn ra  $\Delta l = l - l_0$  là lực hướng tâm :

$$f = k(l - l_0) = m\omega^2 l$$

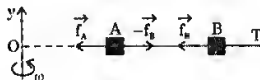
$$\Rightarrow l = \frac{k \cdot l_0}{k - m\omega^2} = 0,27 \text{ (m)}$$

- Do lò xo dãn ra nên O bị lực kéo có giá là thanh T, có chiều từ O  $\rightarrow$  A và độ lớn :

$$f' = f = k(l - l_0) = 2,7 \text{ (N)}$$



2.



- Lực hướng tâm tác dụng vào A gồm 2 lực đàn hồi  $\vec{f}_A$  và  $-\vec{f}_B$  :

$$f_A - f_B = m\omega^2 \cdot L_A \quad (\text{với } L_A = OA)$$

$$k(L_A - l_0) - k(L_B - l_0) = m\omega^2 \cdot L_A$$

$$k(L_A - L_B) = m\omega^2 \cdot L_A$$

$$100(L_A - L_B) = 0,1 \cdot 10^2 \cdot L_A \Rightarrow L_B = 0,9L_A$$

- Lực hướng tâm tác dụng vào B là lực đàn hồi  $\vec{f}_B$  :

$$f_B = m\omega^2(L_A + L_B)$$

$$k(L_B - l_0) = m\omega^2(L_A + L_B)$$

$$100(L_B - 24,3 \cdot 10^{-2}) = 0,1 \cdot 10^2(L_A + L_B)$$

Thay  $L_B = 0,9L_A$  ta được :  $L_A = \frac{2,43}{7,1} \text{ (m)}$ .

Vậy độ đàn lò xo R là :

$$\Delta L_A = L_A - l_0 \approx 9,93 \text{ (cm)}$$

Và :  $L_B = 0,9L_A \approx 0,308 \text{ (m)}$

Vậy độ đàn của R' là :

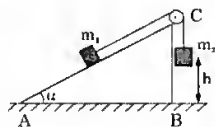
$$\Delta L_B = L_B - l_0 = 6,5 \text{ (cm)}$$

- Lực tác dụng vào O là lực đàn hồi của lò xo R :

$$f'_A = f_A = k(L_A - l_0) \approx 9,93 \text{ (N)}$$

**389** Nêm AB có đáy nằm ngang trên mặt đất, cạnh BC đứng thẳng, góc  $\alpha = 30^\circ$  (Hình vẽ). Hai vật có khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$  và  $m_2 = 2\text{kg}$  được buộc vào hai đầu đoạn dây vắt qua ròng rọc. Khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể.

Ban đầu  $m_2$  được giữ cố định ở độ cao  $h = 1\text{m}$  so với mặt đất. Thả cho hệ thống chuyển động không vận tốc ban đầu,  $m_1$  trượt trên mặt phẳng nghiêng với hệ số ma sát  $k = 0,23$ .



a) Dùng định luật bảo toàn năng lượng tính vận tốc  $V$  của  $m_2$  khi nó sắp chạm đất.

b) Tính giá trị  $a$  của  $m_2$  và sức căng  $T$  của dây. Kiểm tra lại giá trị của  $V$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Chọn học sinh giỏi toàn quốc – 1986)

### Hướng dẫn

a) Chọn mốc thế năng tại mặt đất

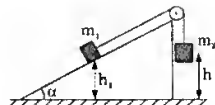
+ Cơ năng hệ lúc đầu :

$$E_0 = m_1gh_1 + m_2gh$$

+ Cơ năng hệ lúc cuối :

$$E = m_1g(h_1 + h\sin\alpha) + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$$

+ Công ma sát :  $A = -K.N.h = -K(m_1g\cos\alpha).h$



+ Định luật bảo toàn năng lượng :  $E_0 = E + A$

$$\text{Suy ra : } \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = m_2gh - m_1gh\sin\alpha - K.m_1g\cos\alpha.h$$

Thay số và tính được :  $V \approx 3(\text{m/s})$

$$b) \text{ Vật } m_1 : T - K.m_1g\cos\alpha - m_1g\sin\alpha = m_1a \quad (1)$$

$$\text{Vật } m_2 : -T + m_2g = m_2a \quad (2)$$

$$\text{Cộng (1) và (2) tính được : } a \approx 4,4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{và (2)} \Rightarrow T = m_2(g - a) \approx 11,3 \text{ (N)}$$

Kiểm tra lại V : Vì  $m_2$  chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a$  nên

$$V = \sqrt{2ah} \approx 3 \text{ (m/s)}.$$

**390** Một người lái đoàn tàu lửa chở khách đang chạy với vận tốc  $V_1 = 108\text{km/h}$  phát hiện thấy ở khoảng cách phía trước  $l_0 = 180\text{m}$  một đoàn tàu chở hàng đang chạy cùng chiều với vận tốc  $V_2 = 32,4\text{km/h}$ . Ngay lập tức người lái tàu hãm phanh, nhờ thế đoàn tàu khách bắt đầu chuyển động với gia tốc  $a = -1,2\text{m/s}^2$ . Liệu có đủ để cho hai đoàn tàu không đâm vào nhau không ?

(Chọn học sinh giỏi Nga)

### Hướng dẫn

Chọn gốc tọa độ tại vị trí tàu chở khách hãm phanh và gốc thời gian lúc đó.

Chiều dương là chiều chuyển động có :

$$V_1 = 108\text{km/h} = 30\text{m/s}$$

$$V_2 = 32,4\text{km/h} = 9\text{m/s}$$

Phương trình chuyển động của hai tàu :

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_1t = -0,6t^2 + 30t$$

$$x_2 = l_0 + v_2t = 108 + 9t$$

- Tàu khách dừng (nếu không đâm vào tàu chở hàng) lúc  $t$  cho bởi :

$$V = -1,2t + 30 = 0 \Rightarrow t = 25 \text{ (s)}$$

- Hai tàu sẽ đâm vào nhau nếu  $x_1 = x_2$  và  $t < 25 \text{ (s)}$

$$\text{Với } x_1 = x_2 \Rightarrow -0,6t^2 + 30t = 108 + 9t \Rightarrow t = \begin{vmatrix} 28,74\text{s} \\ 6,26\text{s} \end{vmatrix}$$

Vậy hai tàu sẽ đâm vào nhau lúc  $t = 6,26 \text{ (s)}$ .

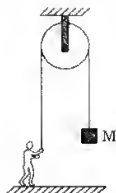
**391** Một dây vắt qua ròng rọc có một vật khối lượng  $M = 82\text{kg}$ . Đầu kia có một người khối lượng  $m = 80\text{kg}$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua khối lượng ròng rọc.

1. Người ấy có thể đứng trên mặt đất mà kéo dây để nâng vật lên hay không? Tại sao?

2. Chứng minh rằng nếu người ấy leo dây với gia tốc (đối với dây)  $a > a_{\min}$  thì vật được nâng lên. Tính

$a_{\min}$ .



(Trích một phần đề chọn học sinh giỏi – 1995)

### Hướng dẫn

1. Khi người đứng trên mặt đất thì người này chỉ có thể kéo dây bằng một lực  $\vec{T}$  mà :

$$T < mg = 800 \text{ (N)}$$

Nhưng để M đi lên thì :

$$T \geq Mg = 820 \text{ (N)}$$

Vậy không thể kéo vật nâng lên.

2. Gọi  $a$  là gia tốc của người leo đối với dây trong hệ quy chiếu gắn với dây :

$$T - mg = ma$$

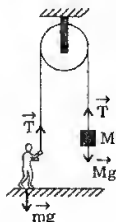
$$\Rightarrow T = m(a + g) \geq Mg$$

$$\Rightarrow a \geq \left( \frac{M}{m} - 1 \right) g = 0,25$$

Vậy :  $a_{\min} = 0,25 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

**392** Một vật được ném lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu  $V_0 = 20\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- a) Tính độ cao lớn nhất mà vật đạt được, nếu bỏ qua lực cản không khí.  
b) Nếu có lực cản không khí, coi là không đổi và bằng 5% trọng lượng của vật thì độ cao lớn nhất mà vật đạt được và vận tốc chạm đất của vật là bao nhiêu?



(Tuyển sinh ĐH Luật Hà Nội – 1999)

### Hướng dẫn

$$\text{a) } h_0 = \frac{V_0^2}{2g} = 20 \text{ (m)}$$

- b) • Lúc đi lên vật thu gia tốc :

$$a_1 = -\frac{mg + f_c}{m} \quad \text{với} \quad f_c = \frac{5}{100} mg$$

$$= -10,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$



Độ cao cực đại  $h_{\max} = -\frac{V_0^2}{2a_1} \approx 19,05 \text{ (m)}$

- Lúc đi xuống vật thu gia tốc :

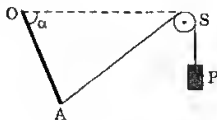
$$a_2 = \frac{mg - f_c}{m} = 9,5 \text{ m/s}^2$$



Vận tốc khi chạm đất :  $V^2 = 2a_2 \cdot h_{\max}$

$$V \approx 19,025 \text{ m/s.}$$

**393** Một thanh đồng chất trọng lượng  $Q = 2\sqrt{3} \text{ N}$  có thể quay quanh chốt ở đầu O. Đầu A của thanh được nối bằng dây không giãn vắt qua ròng rọc S với một vật có trọng lượng  $P = 1 \text{ N}$ . S ở cùng độ cao với O và  $OS = OA$ . Khối lượng của dây ròng rọc không đáng kể.



Tính góc  $\alpha = \widehat{SOA}$  ứng với cân bằng của hệ thống và tìm phản lực của chốt O.

(Trích một phần đề thi học sinh giỏi Quốc gia - 1990)

### Hướng dẫn

Thanh cân bằng khi mômen của  $\vec{Q}$  và  $\vec{T}_A$  đối với O bằng nhau :

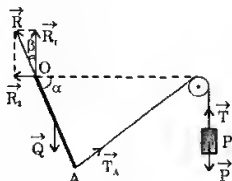
$$Q \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha = T_A \cdot l \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$Q \cdot \cos \alpha = 2P \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$Q \left( 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = 2P \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$2\sqrt{3} \left( 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = 2 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$2\sqrt{3} \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{3} = 0$$



$$\text{Đặt } \cos \frac{\alpha}{2} = x \text{ và giải ta được: } \cos \frac{\alpha}{2} = x = \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{vmatrix}$$

Với  $\alpha \leq 90^\circ$  nên  $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$ , vậy

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

*Tìm phản lực của chốt O :*

Thanh cân bằng theo phương ngang nên :

$$R_2 = T_A \cdot \cos \alpha = P \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ (N)}$$

và cân bằng theo phương đứng nên :

$$R_1 = Q - T_A \sin \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (N)}$$

Vậy phản lực  $\vec{R}$  của O có :

$$+ R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{7} \text{ (N)}$$

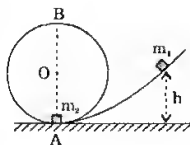
+ Hợp với phương thẳng đứng góc  $\beta$  mà :

$$\tan \beta = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \beta \approx 10^\circ 45'$$

+ Chiều : đi lên.

**394** Trong một mặt phẳng thẳng đứng, một máng thẳng nghiêng được nối với một máng tròn. Điểm tiếp xúc giữa máng nghiêng và máng tròn là A.

Ở độ cao  $h$  trên máng nghiêng có vật  $m_1$  khối lượng  $m_1 = 2m$ , ở điểm tiếp xúc A có vật  $m_2$  khối lượng  $m_2 = m$ . Các vật có thể trượt không ma sát trên máng. Thả nhẹ vật  $m_1$  trượt xuống và chạm đàn hồi vào vật  $m_2$ .



Với  $h < \frac{\sqrt{R}}{2}$ ,  $R$  là bán kính của máng tròn. Hai vật chuyển động thế nào sau va chạm. Tính các độ cao cực đại  $h_1$  và  $h_2$  mà chúng đạt được.

(Trích một phần đề thi học sinh giỏi Quốc gia – 1994)

### Hướng dẫn

- + Gọi  $V_0$  là vận tốc  $m_1$  ngay trước khi va chạm thì :

$$m_1 h g = \frac{1}{2} m_1 V_0^2 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2gh}$$

- + Gọi  $V_1, V_2$  là vận tốc của  $m_1$  và  $m_2$  ngay sau va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và năng lượng :

$$\begin{cases} m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 V_0^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Với  $m_1 = 2m$  và  $m_2 = m$  ta được :

$$\begin{cases} 2V_0 = 2V_1 + V_2 \\ 2V_0^2 = 2V_1^2 + V_2^2 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được :

$$\begin{cases} V_1 = V_0 \Rightarrow V_2 = 0 \quad (\text{loại}) \\ V_1 = \frac{V_0}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{4V_0}{3} \end{cases}$$

Sau va chạm  $V_1$  và  $V_2$  cùng dấu với  $V_0$  tức hai vật tiếp tục chuyển động lên máng tròn.

- + Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng sau va chạm :

$$\text{Vật } m_1 : \quad \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = m_1 g h_1$$

$$\Rightarrow \quad h_1 = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{V_0}{3} \right)^2 = \frac{h}{9} < \frac{R}{2}$$

$$\text{Vật } m_2 : \quad \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = m_2 g h$$

$$\Rightarrow \quad h_2 = \frac{V_2^2}{2g} = \frac{16}{9} h < \frac{R}{2}.$$

**395** Một vật nhỏ khối lượng  $0,1\text{kg}$  được treo vào một dây cao su có hệ số đàn hồi  $k = 10\text{ N/m}$ . Đầu kia của dây cố định. Kéo lệch cho dây nằm ngang và có chiều dài tự nhiên  $l = 1\text{m}$  rồi thả vật không vận tốc đầu. Biết rằng dây cao su giãn nhiều nhất khi đi qua vị trí cân bằng (thẳng đứng), hãy tính độ giãn  $\Delta l$  của dây và vận tốc  $V_A$  của dây khi đi qua vị trí ấy. Bỏ qua khối lượng của dây lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Chọn học sinh giỏi Quốc gia - 1990)



### Hướng dẫn

Chọn mốc thế năng tại B

- Cơ năng tại A :  $mg(l + \Delta l)$
- Cơ năng tại B :  $\frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} k\Delta l$

Trong đó  $\frac{1}{2} k\Delta l$  là thế năng đàn hồi của lò xo lúc qua B.

Định luật bảo toàn cơ năng cho

$$mg(l + \Delta l) = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} k\Delta l^2 \quad (1)$$

Lúc qua B vật có hợp lực hướng tâm :

$$F_{ht} = T - mg$$

$$\text{với : } \begin{cases} F_{ht} = \frac{mV^2}{l + \Delta l} \\ T = k\Delta l \end{cases} \quad \text{nên : } \frac{mV^2}{l + \Delta l} = k\Delta l - mg$$

$\Rightarrow mV^2 = (k\Delta l - mg)(l + \Delta l)$  và thế vào (1) ta được :

$$mg(l + \Delta l) = \frac{1}{2} (k\Delta l - mg)(l + \Delta l) + \frac{1}{2} k\Delta l^2$$

Thay số ta được :  $20\Delta l^2 + 7\Delta l - 3 = 0$

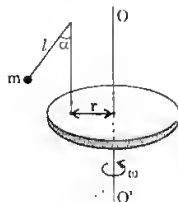
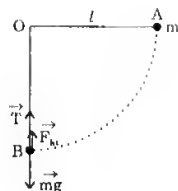
Kết quả ta chọn nghiệm dương :  $\Delta l = 0,25 \text{ (m)}$

$$\text{và } V^2 = \frac{(k\Delta l - mg)(l + \Delta l)}{m} = 18,75$$

$$V \approx 4,33 \text{ (m/s)}$$

**396** Một quả cầu khối lượng  $m$  được gắn vào đầu của một sợi dây, mà đầu kia của dây được buộc vào đầu một thanh thẳng đứng đặt cố định trên một mặt bàn quay nằm ngang như hình vẽ. Bàn sẽ quay với vận tốc góc  $\omega$  bằng bao nhiêu nếu dây tạo với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 45^\circ$ ?

Biết rằng dây dài  $l = 6\text{cm}$  và khoảng cách của thanh thẳng đứng đến trục quay là  $r = 10\text{cm}$ .



(Tuyển sinh ĐH Dược Hà Nội - 1999)

### Hướng dẫn

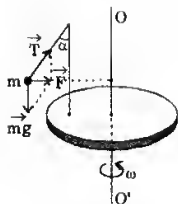
Vật m sẽ chuyển động tròn đều xung quanh trục quay  $OO'$  với bán kính  $R = r + l \sin \alpha$

Tổng hợp 2 lực căng dây  $\vec{T}$  và trọng lực  $\vec{mg}$  là lực hướng tâm  $\vec{F}$ . Ta có :

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{m\omega^2 R}{mg}$$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{g \cdot \tan \alpha}{R} = \frac{g \cdot \tan \alpha}{r + l \sin \alpha}$$

$$\rightarrow \omega \approx 8,4 \text{ rad/s}$$



**397** Hai bình nối với nhau bằng ống có khóa. Thể tích hai bình lần lượt là  $V_1 = 3l$  và  $V_2 = 5l$  (kể cả phần ống nối). Bình thể tích  $V_1$  chứa khí  $H_2$ , có áp suất  $P_1 = 1 \text{at}$ , bình thể tích  $V_2$  chứa khí He có áp suất  $P_2 = 2 \text{at}$ .

Tính áp suất của hỗn hợp hai khí sau khi mở khóa, biết rằng nhiệt độ khí không đổi.

### Hướng dẫn

Gọi  $P_1'$  và  $P_2'$  là áp suất riêng phần của mỗi khí sau khi mở khóa thì áp suất hỗn hợp hai khí trong bình là :

$$P' = P_1' + P_2'$$

Theo định luật Bôilơ Mariốt :

$$P_1 V_1 = P_1' (V_1 + V_2) \quad (1)$$

$$P_2 V_2 = P_2' (V_1 + V_2) \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) :

$$P_1 V_1 + P_2 V_2 = (P_1' + P_2') (V_1 + V_2)$$

$$\Rightarrow P' = P_1' + P_2' = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{13}{8} \text{ (at)}$$

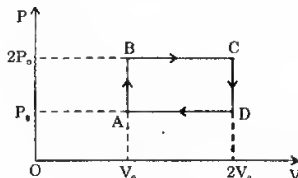
**398** Một lượng khí li tưởng thực hiện chu trình sau đây. Từ trạng thái A có các thông số  $P_0, V_0, T_0$  biến đổi đẳng tích đến trạng thái B có  $P_B = 2P_0$ ; biến đổi đẳng áp đến trạng thái C có  $V_C = 2V_0$  rồi biến đổi đẳng tích đến trạng thái D có  $P_D = P_0$  và trở về A bằng quá trình đẳng áp.

Vẽ đồ thị của chu trình trong mặt phẳng  $P, V$ .

Tính các nhiệt độ của các trạng thái B, C, D. Tính công của chu trình.

### Hướng dẫn

- Đồ thị của chu trình :



- Từ A sang B là quá trình đẳng tích nên :

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow T_B = 2T_0$$

Từ B sang C là quá trình đẳng áp nên :

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C} \Rightarrow T_C = 4T_0$$

Từ C sang D là quá trình đẳng tích nên :

$$\frac{P_C}{T_C} = \frac{P_D}{T_D} \Rightarrow T_D = 2T_0$$

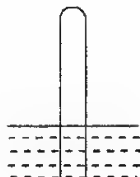
- Công của chu trình bằng diện tích hình chữ nhật ABCD :

$$A = P_0 \cdot V_0$$

**339** Một động cơ nhiệt có nhiệt độ nguồn nóng là  $200^\circ\text{C}$ , nhiệt độ nguồn lạnh là  $60^\circ\text{C}$ . Công suất của động cơ đó là 15kw và tiêu thụ 10kg than trong mỗi giờ.

Biết năng suất tỏa nhiệt của than là  $2,9 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ .

Tính hiệu suất (thực) của động cơ và hiệu suất lí tưởng. So sánh hai hiệu suất này.



### Hướng dẫn

- Hiệu suất (thực) của động cơ :

$$H = \frac{A}{Q}$$

Với  $A = P \cdot t = 15 \cdot 10^3 \cdot 3600 = 5,4 \cdot 10^7 \text{ (J)}$

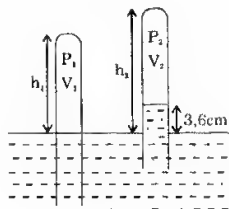
$$Q = m.q = 10.2,9.10^7 = 29.10^7 \text{ (J)}$$

$$\text{Vậy : } H = \frac{5,4.10^7}{29.10^7} \approx 18,6\%$$

- Hiệu suất lí tưởng của động cơ :

$$\begin{aligned} H_{\max} &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \\ &= 1 - \frac{60 + 273}{200 + 273} \approx 29,6\% \end{aligned}$$

$$\text{So sánh : } H < H_{\max}$$



**400** Một ống thủy tinh tiết diện đều có một đầu kín, một đầu hở được cắm thẳng xuống chậu nước lúc mực nước trong và ngoài ống ngang nhau thì chiều dài phần ống ngoài không khí là 20cm.

Tính chiều dài phần ống này nếu muốn mực nước bên trong cao hơn bên ngoài ống là 3,6cm.

Biết áp suất khí quyển là 76cm Hg, khối lượng riêng của thủy ngân gấp 13,6 lần của nước và coi nhiệt độ không đổi.

### Hướng dẫn

Theo định luật Bôilơ Mariốt :  $P_1V_1 = P_2V_2$

$$\text{Với : } + P_1 = P_0 = 76\text{cm Hg} = 76 \times 13,6\text{cm H}_2\text{O} = 1033,6\text{cm H}_2\text{O}$$

$$+ V_1 = h_1 S = 20\text{s (cm}^3\text{)}$$

$$+ P_2 = (P_0 - 3,6)\text{cm H}_2\text{O} = (1033,6 - 3,6)\text{cm H}_2\text{O} = 1030\text{cm H}_2\text{O}$$

$$+ V_2 = (h_2 - 3,6)S \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{Vậy : } 1033,6.20\text{s} = 1030.(h_2 - 3,6)$$

$$\Rightarrow h_2 \approx 23,67 \text{ (cm).}$$

# MỤC LỤC

## CƠ HỌC

### **Phần I: ĐỘNG HỌC**

Chủ đề I :	Chuyển động thẳng đều	3
Chủ đề II :	Chuyển động thẳng biến đổi đều	20
Chủ đề III :	Chuyển động tròn đều	43

### **Phần II: ĐỘNG LỰC HỌC**

Chủ đề IV :	Các định luật Newton	49
Chủ đề V :	Các lực cơ học	55
Chủ đề VI :	Ứng dụng các định luật Newton và các lực cơ học	67

### **Phần III: TĨNH HỌC**

Chủ đề VII :	Cân bằng của vật rắn	110
--------------	----------------------	-----

### **Phần IV: CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN TRONG CƠ HỌC**

Chủ đề VIII :	Định luật bảo toàn động lượng	135
Chủ đề IX :	Công - Công suất - Định luật bảo toàn công	146
Chủ đề X :	Động năng - thế năng	153
Chủ đề XI :	Định luật bảo toàn cơ năng	163
Chủ đề XII :	Định luật bảo toàn năng lượng	171
Chủ đề XIII :	Ứng dụng định luật bảo toàn trong sự va chạm	175

## VẬT LÝ PHÂN TỬ VÀ NHIỆT HỌC

### **Chương I: CHẤT KHÍ LÝ TƯỞNG**

Chủ đề XIV:	Định luật Boyle Mariotte	184
Chủ đề XV :	Phương trình trạng thái khí lý tưởng	193
Chủ đề XVI:	Nội năng của khí lý tưởng	214

<b>PHẦN ÔN TẬP</b>	224
--------------------	-----

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: (04) 9714897; (04) 9715013; Fax: (04) 9714899

E-mail: [nxb@vnu.edu.vn](mailto:nxb@vnu.edu.vn)

★ ★ ★

***Chịu trách nhiệm xuất bản:***

*Giám đốc:* PHÙNG QUỐC BẢO

*Tổng biên tập:* PHẠM THÀNH HƯNG

***Chịu trách nhiệm nội dung:***

*Biên tập:* ĐỨC HOÀNG  
MINH TƯỜNG

*Trình bày bìa:* THÁI VĂN

*Sửa bản in:* HUY VŨ

---

**400 BÀI TOÁN NĂNG CAO VẬT LÝ THPT 10**

Mã số: 1L – 70 ĐH 2005

In 2.000 cuốn, khổ 16 × 24 tại xưởng in Chi nhánh Công Ty Phát Triển Công Nghệ và Truyền Hình TP.HCM. Số xuất bản: 104-2005/CXB/16-243/ĐHQG HN, ngày 10/11/2005. Quyết định xuất bản số: 52KH/XB ngày 20/12/2005. In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2006.